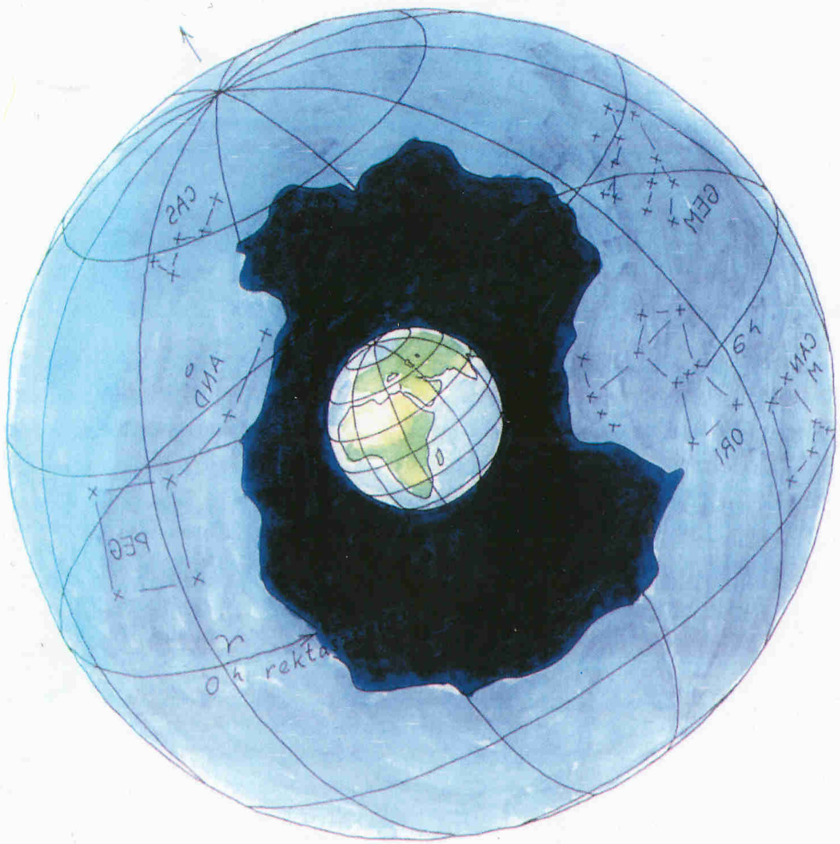
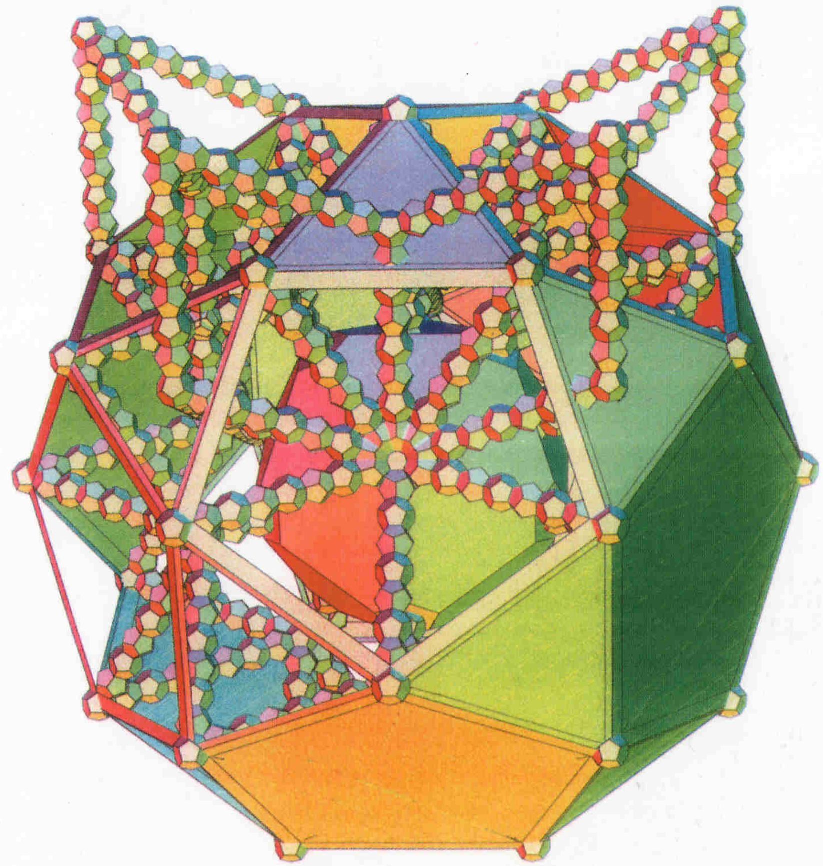




KIS ATLASZ SOROZAT A NAPRENDSZERRŐL (5):

ŰRKUTATÁS ÉS GEOMETRIA

Bérczi Szaniszló, Kabai Sándor

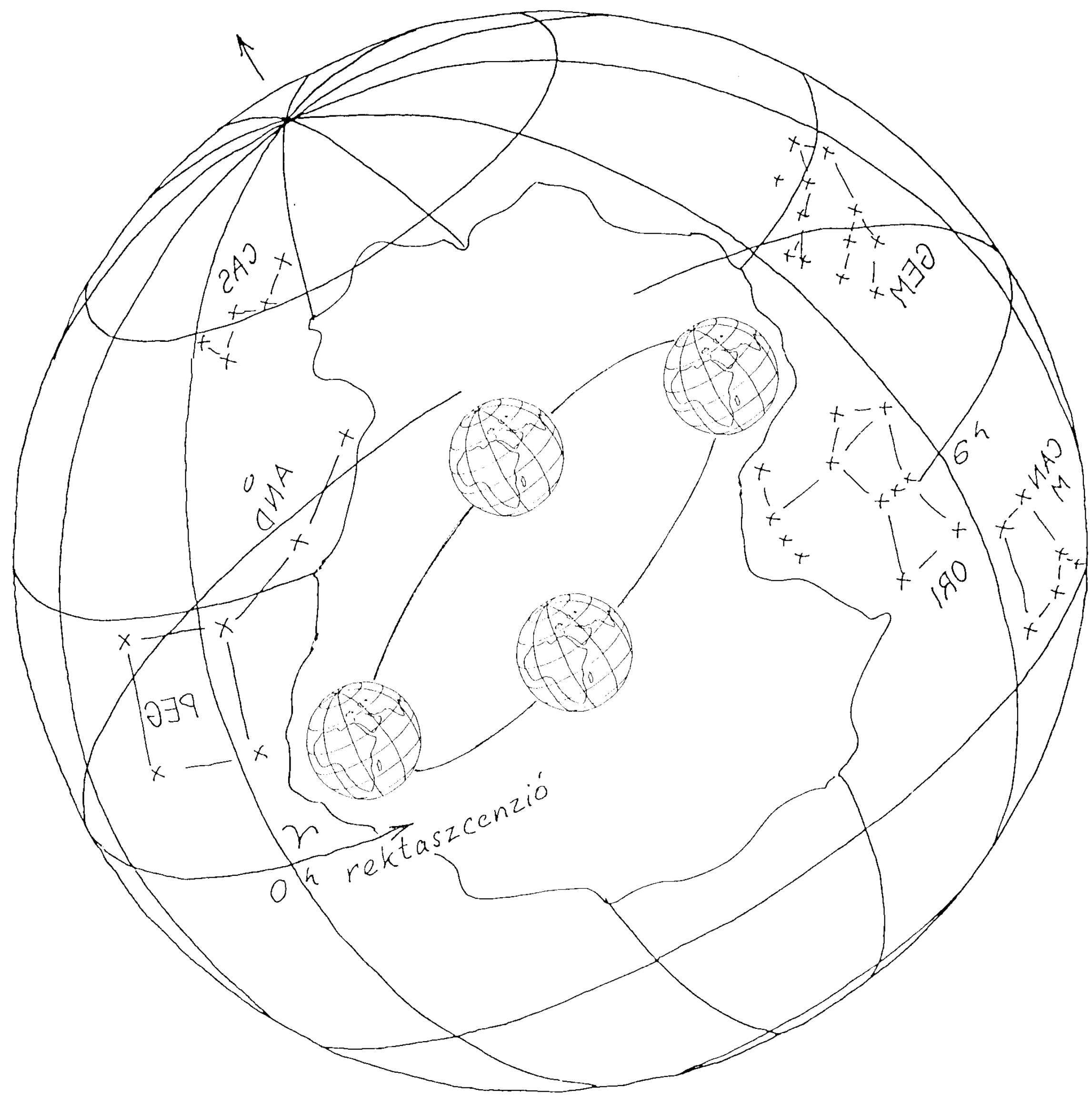
Kozmikus Anyagokat Vizsgáló Űrkutató Csoport, UNICONSTANT
Budapest, Püspökladány, 2002

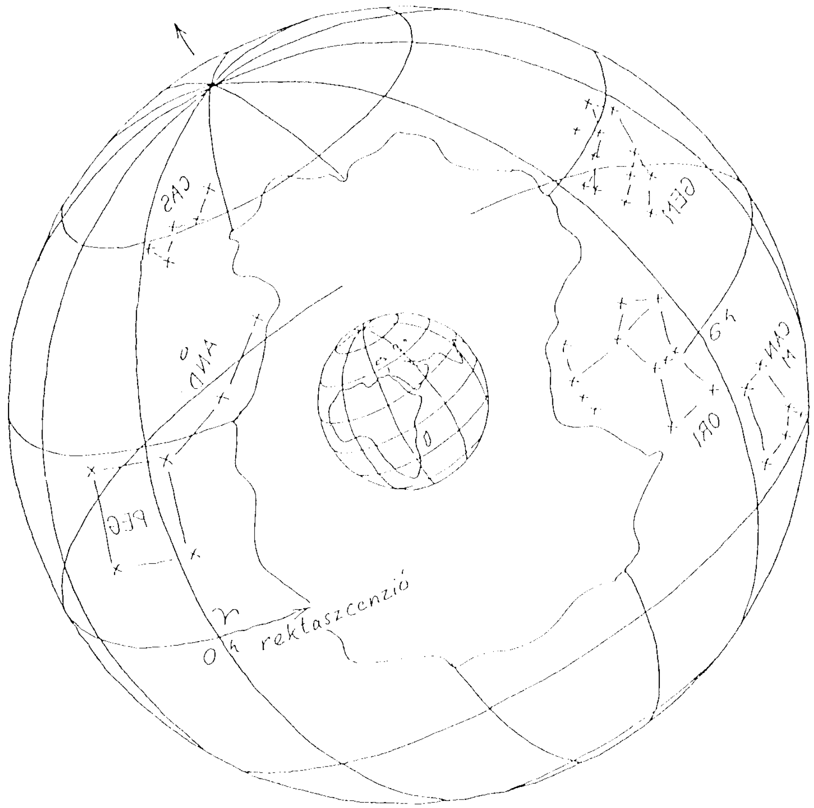
KIS ATLASZ A NAPRENDSZERRŐL (5)
ŰRKUTATÁS ÉS GEOMETRIA

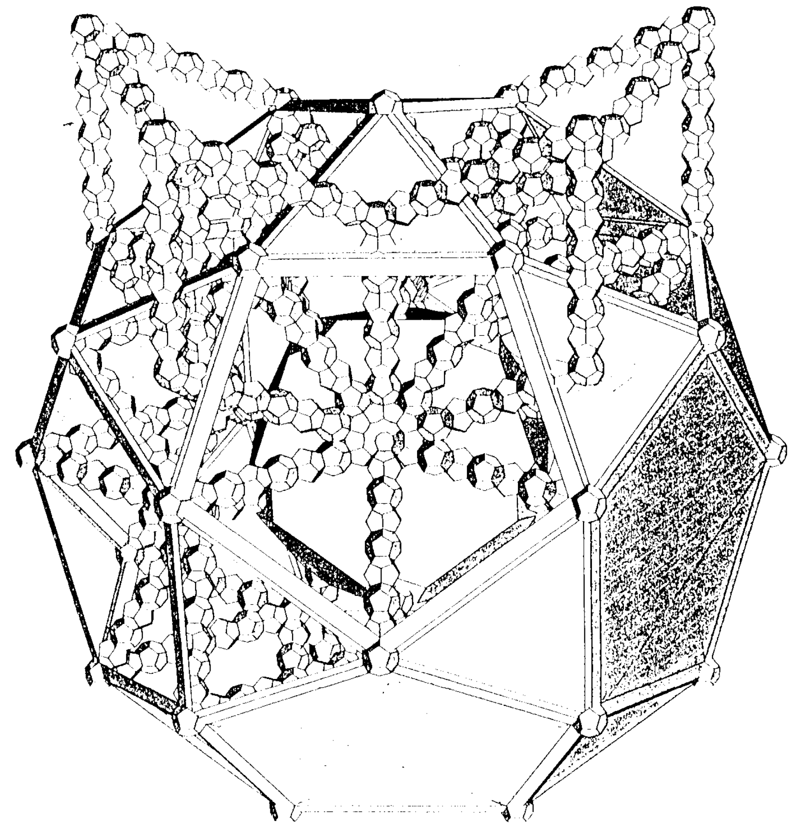
Bérczi Szaniszló, Kabai Sándor
Kozmikus Anyagokat Vizsgáló Űrkutató Csoport,
ELTE TTK/MTA Geonómia Bizottság, Budapest, 2002

Sokan szerettük a geometriát középiskolás korunkban. Van, aki önálló művészetnek tekinti a matematikát, s azon belül a geometriát. A geometria szépsége többek között abból fakad, hogy láthatóvá is teheti vizsgálatának tárgyát. Sok olyan alkotás születik az élet hétköznapjaiban, amelyik geometriai ismereteket használ föl. A formák megtervezése, a kapcsolódó elemek illesztése, mintázatok kialakítása, térbeli szerkezetek összeállítása, az építészet és a gépgyártás, a földmérés és a tervezés sok más területe hordozza magában a geometria művészetét. S a legősibb tudomány, a csillagászat is a geometria egy sajátos területét fejlesztette ki. Amikor tehát hozzáfogtunk az Űrkutatás és geometria című kis atlasz szerkesztéséhez, széles ismeretkörből választhattuk ki az első kötet témáit. A legősibbtől, az égi koordinátarendszerektől a legmodernebbig, az űrállomás tervezésénél is látványos szépségeket bemutató számítógépes geometriai grafikáig választottunk ki néhány fejezetet az Űrkutatás és geometria témaköreiből. Ahogy a Kis atlasz sorozat a Naprendszerről korábbi köteteiben is, most is arra törekszünk, hogy egy egy markáns jelenségkört dolgozzunk föl, olyat, ami ebben a formában ma még elérhetetlen magyar nyelven, de serkenti a középiskolás és egyetemi hallgatók tenniakarását, és lehetővé teszi bekapcsolódásukat a Kozmikus Anyagokat Vizsgáló Űrkutató Csoport munkájába. Csoportunk az ELTE TTK Általános Fizika Tanszékén szervezi munkáit, de a csoport tagjai több más egyetemen és intézménynél dolgoznak. A Kozmikus Anyagokat Vizsgáló Űrkutató Csoport egyik együttműködő intézménye az MTA Geonómiai Tudományos Bizottsága (elnök: Dr. Kubovics Imre) és annak Planetológiai és Meteoritikai Albizottsága. Az űrkutatás oktatását is felölelő munkánkat a Magyar Űrkutatási Iroda is több pályázati forrással támogatja. Szorosan kapcsolódnak egyes űrkutatás és geometria témakörökhöz a Hunveyor kísérleti gyakorló űrszonda modellt építő csoportok is, Pécsett, Szombathelyen és Székesfehérvárott. Az új kis atlasz olvasóinak jó munkát és lelkes továbbfejlesztő elmélyülést kívánnak a

Szerzők







KIS ATLASZ SOROZAT A NAPRENDSZERRŐL (5):

ŰRKUTATÁS ÉS GEOMETRIA

Bérczi Szaniszló, Kabai Sándor

Kozmikus Anyagokat Vizsgáló Űrkutató Csoport, UNICONSTANT

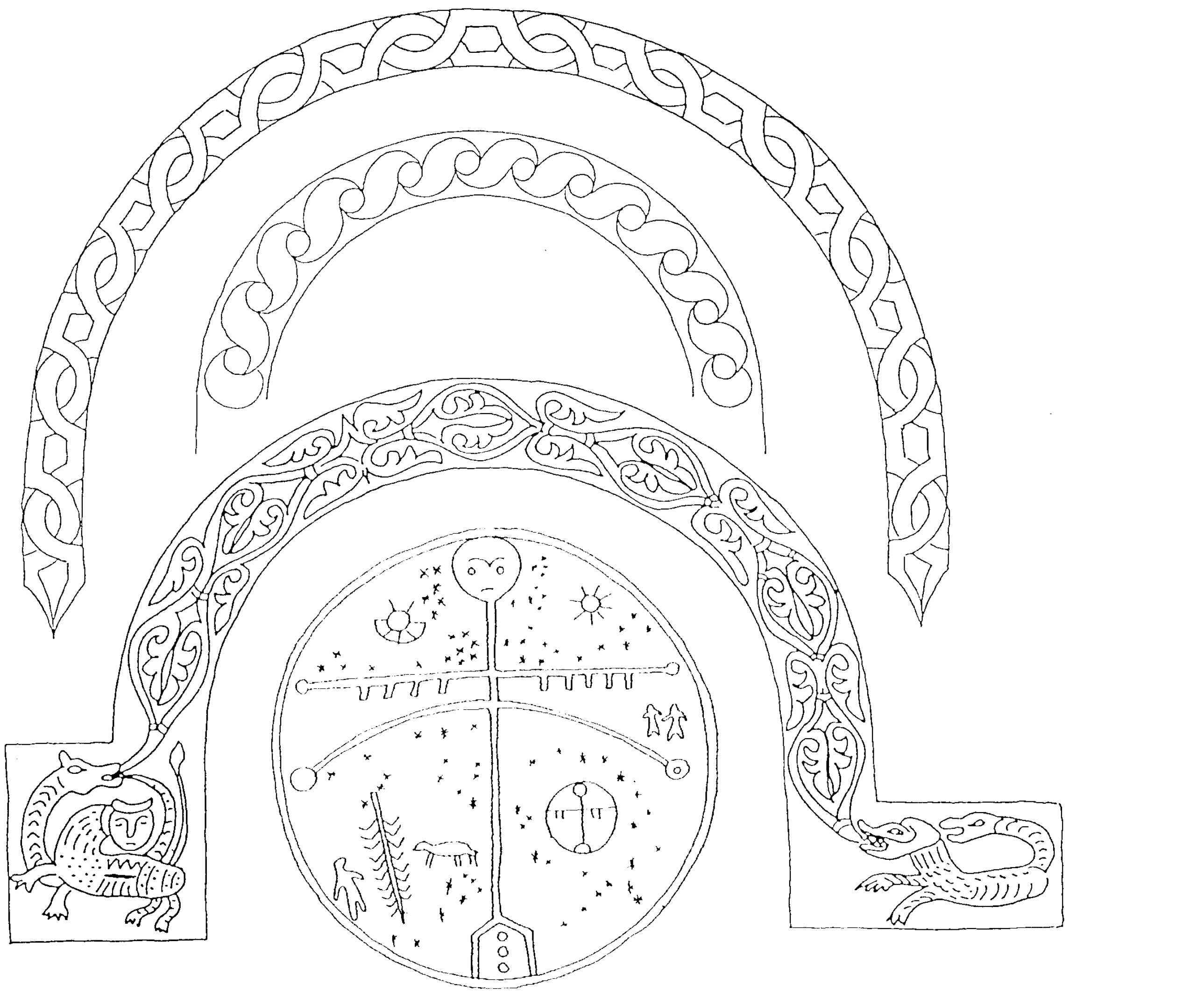
Budapest, Püspökladány, 2002

I. A GEOMETRIA JELENSÉG-ALAPJAI

Mielőtt a geometria néhány űrkutatáshoz is kapcsolható részletét tanulmányoznánk, keressünk szemléleti alapokat a geometriában már pontos fogalmakkal dolgozó tudomány előzményeihez. Szemléletünk a tárgyi környezet és a mi tevékenységünk kölcsönhatásában formálódik. Mindanynyian végigéljük a fölfedezések korát, s így időben lerövidítve végigéljük az emberiség által bejárt fejlődési utat sok tudományágban. A geometriai szemlélet alapja az, hogy környezetünkben nagy számban találhatók merev testek. Ezek a testek alakjukat megőrzik, s velük mint a környezet állandó részével számolhatunk. Szemben a mi életkorokban változó testméretünkkel, a merev testek többsége állandó méretű marad. Nagyban a természeti táj sok alakzata bír ezzel az állandósággal és a kő, fém, sokszor a fa és a csont eszközök is ilyenek.

Több irányból fejlődött ki a ma geometriának nevezett ismeretkör. A lakóházépítést egybevágó elemek nagy sokaságából, az elemek illesztésével végezték. Az egymásra helyezett elemek stabilitása a térben fölismert stabil irányok "követésével", vagyis a függőleges és a vízszintes síkok használatával biztonságos épületek létrehozását tette lehetővé. A földek kimérése a mezőgazdasági társadalmakban szintén fölismertette azt, hogy a vízszintes síkot a környezet egyik fontos állandóságának tekintsék. Az építés és a földmérés a vízszintes és függőleges iránykijelölései egy olyan merev testnek a tulajdonságaiból fakadnak, amely égitest méretű. A Földtestet a garvitációs erő "szervezte meg" s "tartja össze". Ezzel szemben a szilárd anyagokat elektromos természetű erők szervezik merev testté.

A kristályos anyagok felszíne is síklapokkal határolt. A kifeszített huzal is jó egyenest ad s az egyenes élűre vágott-faragott faeszköz pereme. Tárgyak, mérőeszközök kicsiben, földtest nagyban adott egy merev, jól megismerhető anyagi jelenséghátteret a geometriai fogalmaknak és annak a szabályrendszernek, ami az alakzatokon mérhető irányok és távolságok között található. Ezekből a szabályokból többet a műszaki fejlesztéseket föllhasználó társadalmak ismertek. Erre az egyik legismertebb példa a Pithagorasz tétel, aminek rajzos ábrázolását számos régészeti leleten megtalálták a földkerekség több ősi fejlett társadalmában (Mezopotámia, Egyiptom, Kína, Dél-Amerika).



A közösségi művészetekben gyakran megtaláljuk az égbolt jelképes ábrázolását. Égbolt-metaforák keretezik a románkori templomkapuk tipmanonját. A 12 íves szakasz a hónapokra utal. Egregy (Hévíz) kapujának, Csempeszkopács diadalívének és Lund (ősi Dánia) székesegyháza egyik ablakának ívét mutatjuk itt be. A lundi ívek végén a napot-holdat fogyatkozáskor elnyelő sárkányok is meg vannak faragva. A szibériai sámándob égboltrajzán a világfa és néhány csillagkép rajz is szerepel.

Görög geometria

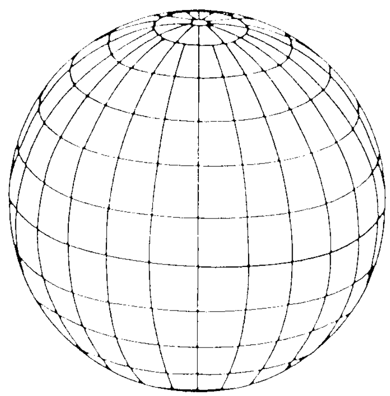
Annak a geometriának, amit mi középiskolában tanulunk, legtöbb fejlesztő szelleme az ókori Görögország városállamaiban élt. A középiskolában megismert geometriai tételeink jelentős része az ő fölismerésük. Thalesz és Pythagorasz tételei jelképei lehetnek a geometria e szép részének. A merev testekhez kapcsolódó geometriának a tételeit a gépek mozgásában, alkatrészek kényszerkapcsolatainak megtervezésében, a gépi részek összehangolt mozgásában megtaláljuk. A tervezéshez szabvánnyá vált geometriai ábrázolások (projektív geometria) is sokat őriznek az ókori szerkesztő geometria szépségéből. A kristálytani ismeretek a "lokális" geometriának egy külön világát hozták létre. Ezek az építészettől a kristálytanig és a díszítőművészettől a részecskefizikai alkalmazásokig széles körét fogják ma már át a geometriának szimmetriaműveleteik segítségével. Kis atlaszunk egy részében ebbe a világba is teszünk egy rövid kirándulást. Amikor azon gondolkodunk, milyen legyen egy űrállomás, látni fogjuk, milyen sokféle régi geometriai ismeretet hasznosítunk.

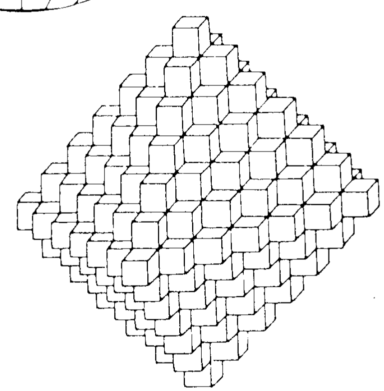
Csillagászati (gömbi) geometria

Annak a geometriának, amit a csillagászati szakkörben (földrajzban esetleg, de a naptár készítése kapcsán előbb-utóbb) megismerünk, a fejlesztő szellemei az ókori Mezopotámiában, az ősi sumer, akkád, babiloni és a Közép-ázsiai városállamokban éltek. E fejlődési vonalat az ókori Közép-Ázsia csillagászai és az arab csillagászok vitték legtovább, akik közül most Al-Korezmi nevét említjük. Az ő nevét algoritmus szavunk őrzi. Al-Korezmi egy Korezmből, az Aral tótól délre elterülő fontos államból származott korozmina tudós volt és az algebráról írt, valamint csillagászati (ebben írt az égi koordinátarendszerekről) munkái tették híressé. Al-Korezmi a görögöt követő arab matematika nagy összegzője és ő a gömbi csillagászati geometria folytatója is. Amikor az ősi geometria "művészetének" űrkutatási hasznosításán gondolkodunk, fölhasználjuk az égi koordinátarendszerekről szerzett ismereteket is. Az égitestre leszállt űrszonda éppúgy a horizontális koordinátarendszerben tájolja be műszereit, mint a hajós a földi vizeken, vagy a karavánutas a pusztaságban. Az égitestek alakjának fölmérése és térképezése is a gömbi geometria világába visz el bennünket és ide is teszünk egy rövid kirándulást kis atlaszunkban.

"Földi" és "égi" geometria "egyesítése

S a két, külön ágakon fejlődött geometriai irányt ma újra összekapcsolja egy harmadik új kutatási terület. Ez az új terület az anyagkutatás. Itt a hagyományos kristályok éppúgy értékes anyagtulajdonságokat hordoznak, mint az új kvázikristályok. Mégis, van a kvázikristályoknak egy olyan tulajdonsága, ami a gömbi geometria világára emlékeztet bennünket. Ez pedig az, hogy héjasan rétegesen épülhetnek föl. A héjas építkezés egy űrállomás építésénél is fontos szempont. Amikor tehát műszaki létesítményként építjük össze az "égitestet", akkor a csillagászatban kifejlesztett gömbhéj-geometriát és a kristálytani geometriát "egyesítjük". Kis atlaszunk végére észrevesszük, hogy a kalandos kirándulás a geometria művészetének világában újra érdekessé és izgalmassá varázsolja számunkra a matematikának ezt az ősi tartományát. Az űrkutatás céljával elkezdett geometria új vonzalmakat kínál természettudományos érdeklődésünknek, s régi ismereteink újragondolására, új összeépítésére késztet. Későbbi kötetünk a geometria és a mozgás kapcsolatáról mutat be vonzó fejezeteket a Naprendszerben mozgó égitestek pályáinak vizsgálatán keresztül.





Ősi csillagászat és képzőművészeti alkotások

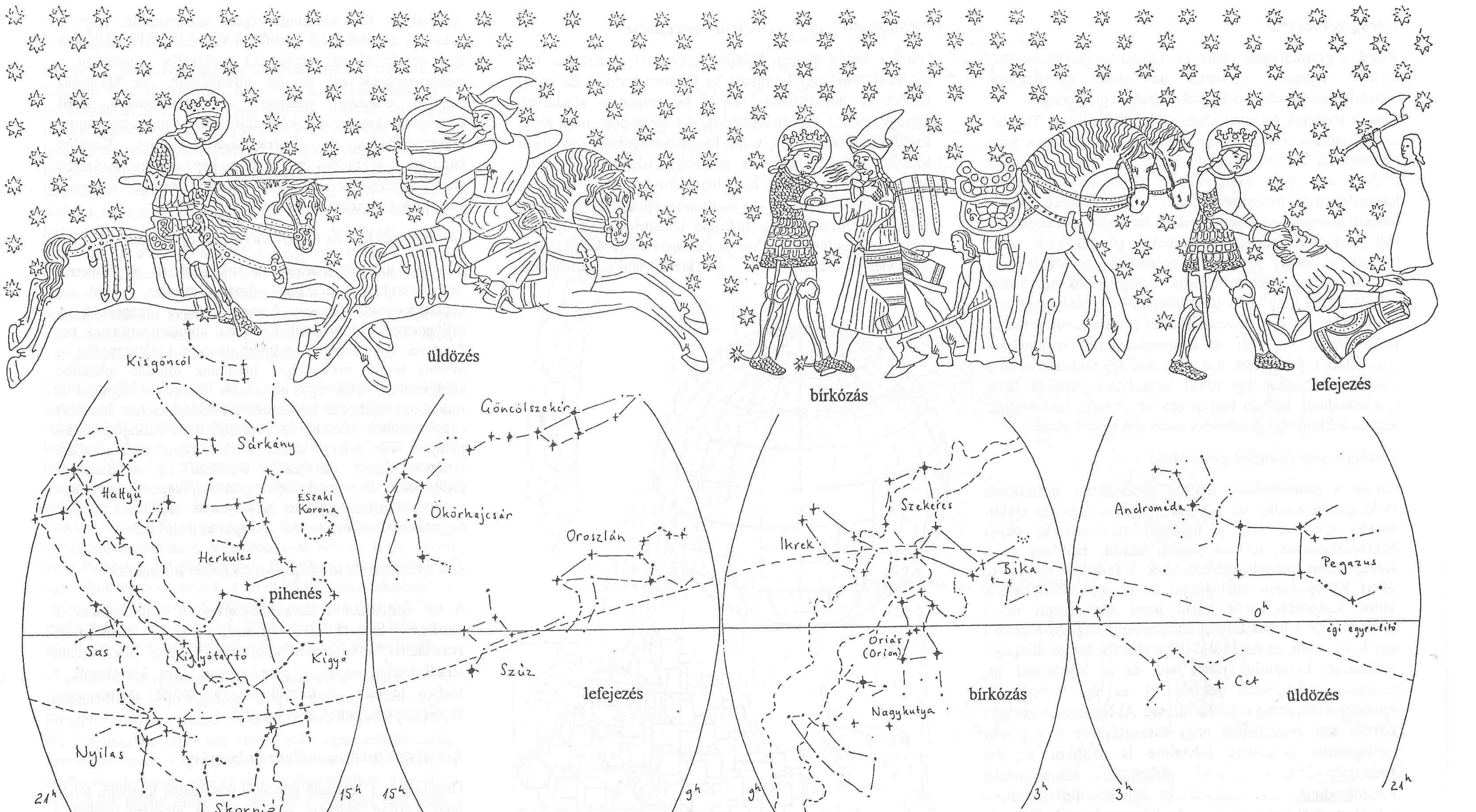
Bár nem tartozik szorosan az űrkutatáshoz, a geometria "művészetéhez" azonban igen, mindaz, amit a képzőművészet néhány korai alkotása megőrzött a csillagászati ismeretekről. Két ilyen alkotást mutatunk be. Az egyik egy szibériai sámándob, melyen a világtengelyt és néhány fontos csillagképet láthatunk mitikus jelenetbe komponálva. Már egy elvontabb fokozatot képvisel a románkori építészet következő alkotása, amihez hasonlót nagy számban találunk az eurázsiai templomkapukon. Ez pedig a 12 "fülkés" évkör a déli kapuk timpanonjára faragva. Egyes mediterrán kultúrák 13 holdhónapos faragásai is gyakoriak. A jeképes nappálya csomópontjaiban gyakran helyeztek el sárkányokat, akik fogyatkozáskor "nyelték el" a Napot és a Holdat.

Ősi építészet és tér-képző-művészeti alkotások

A tér építészete a tér-képző-művészeti alkotásokban is gazdagon hagyott ránk örökséget. Ezek többsége a gravitációs "rétegességet" viseli magán. Arról, hogy milyen lehetőségeket nyújt a gravitációval nem korlátozott 3 szabad térirány, a kézműves művészetek szőttek meg szerkezeteket, fontak meg kosarakat.

Két alapstruktura a Naprendszerben

Összegezve a bevezető gondolatokat fontos kiemelni tehát, hogy kétféle szervező erő alakít ki alapstrukturákat a Naprendszerben: A gravitáció a bolygótesteket és az elektromos természetű erők az ásványi anyagokat. A föld felszínén található merev testek is az elektromos természetű erőkkel összetartott strukturák (anyagok) csoportjához tartoznak.



A tiszta időben fölénk boruló csillagos égbolt látványa gyönyörködteti az embert. Igen valószínű, hogy az égbolton megfigyelt jelenségek és a belőlük kiformált időrend, a naptár, az első tudományos ismeretrendszert adta az emberiségnek.

Az egyik legősibb ismeret lehet az, hogy a csillagok egymáshoz viszonyított helyzete (most tehát a bolygókat nem tekintjük) állandó. Ezért a régi népek égi alakzatokba, csillagképekbe rendezték őket. Legismertebbek a Nap égi útja mentén sorakozó csillagképek, melyeket állatövi csillagképeknek neveznek.

A megfigyelő az éjszakai égbolt jelenségei közül a földhöz rögzített horizonton találhat állandóan visszatérő mozgást. Megfigyelhetjük, hogy a horizonton mérve minden csillag mindig ugyanott kel föl keleten. Égi útján egy legmagasabb pontig emelkedik, majd a horizonton mérve megint minden csillag mindig ugyanazon a horizonti helyen nyugszik le

pihenés

nyugaton. Ha hegyek tagolják a horizontot, akkor könnyű egy megkülönböztethető helyet találni a kelés helyéhez is, és a nyugvás helyéhez is.

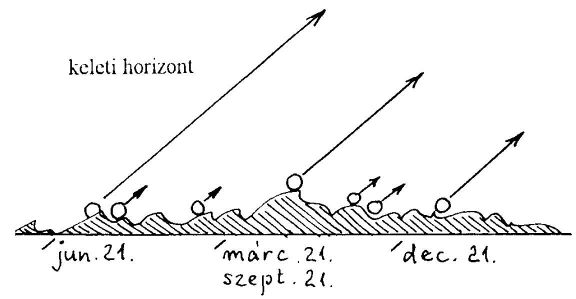
Megfigyelhetjük az égbolt körbefordulását minden éjjel. Nem tárgyaljuk sorra az égbolt jelenségeit, csak néhányat emelünk ki belőlük, hogy az égi geometriát összegző koordinátarendszereket megismerjük.

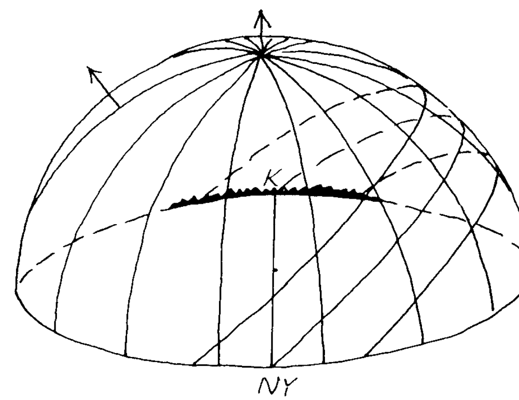
A csillagok éjszakai útjához hasonló utat jár be naponta a nappali égbolt főszereplője, a Nap is. De kelése keleten, (s nyugvás nyugaton) naponta kicsit változó jelenség. Ha valaki rendszeresen figyeli a keleti horizontot, észre fogja venni, hogy a Nap kelésének a helye a horizonton lassan tovamozdul. A téli napfordulótól fogva minden nap kicsit az előző napi helyétől északabbra fog a Nap kelni, egészen a nyári napfordulóig.

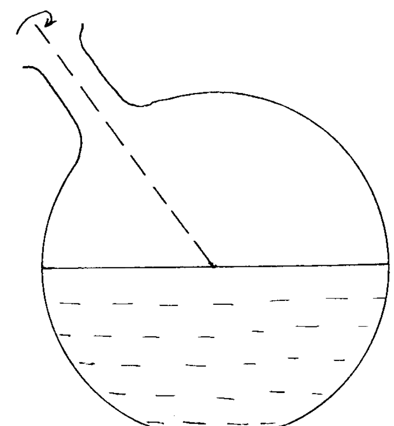
A nappalokra és éjszakákra osztott időben mérve azt is észre fogja venni, hogy a Nap deleléséhez mért időben a Naphoz képest az éjszakai égbolt "elmozdul". Ha például karóránkat figyelve szemléljük meg egy csillag delelését több egymást követő napon, akkor az minden nap 4 perccel korábban következik be az előző napihoz képest. Ha ezt a változást egy hónapnyi időre összegezzük, azt látjuk, hogy a Nap az égi színpadon már 30 foknyit kelet felé mozdult el. A Nap égi útja a zodiákuson, az állatövi csillagképek között vezet. A régi népek is kedvelték a művészeteket, a jelképes beszédet. A Nap égi útján megeleveníti azt a csillagképet, amelyben éppen jár, s hőstörténetek foglalták össze egykor ezt az égi pályát. A legszebb hőstörténet Magyarországon maradt fenn erről. Jankovics Marcell összegezte erről fölismeréseit, hogy a Szent László legenda a Nap égi útjának négy évszakra vetíthető állomásán a csillagos égen is látható. Ezek az üldözés, a birkózás, a lefejezés és a pihenés című jelenetek. Ma mintegy 50 olyan középkori templomról tudunk a Kárpát-medencében, ahol ezt a jelenetsort megfestették. Itt mi a Székelyderzsen, Erdélyben ma is látható falképciklus ide illő jeleneteit mutatjuk be. A falképciklust az északi falra festették. A jelenetsort a Nap a déli templomablakon át világítja meg. A Nap járása szerint az üldözéssel itt a nyugati oldalon (balról) kezdődik, s kelet felé (jobbra) halad a mitikus történet, ahogy a Nap napi útján megvilágítja a jeleneteket.

A Nap éves útja nyugat-keleti irányú elmozdulás az állatövi csillagképek között. De a Nap éves nyugat-keleti irányú elmozdulását egy másféle elmozdulás is kíséri. Az is megfigyelhető, hogy a Nap a földi forgás égi tengelyéhez képest is "emelkedik" és "süllyed". Ez az évszakos változások oka is. A tavaszi és az őszi napéjegyenlőség napján, napi mozgása során, a Nap közelítőleg az égi egyenlítőn jár körbe, keleten kél, nyugaton nyugszik. Az éggömb geometriáját a Föld tengely körüli forgására és a Nap éves mozgására alapozva, a mozgásokkal együtt öntötték formába, s ezek segítségével alkottak meg őseink olyan gömbi geometriát, gömbi koordinátarendszereket, amelyek mára tájékozódásunk alapjaivá váltak.

Az égbolt napi körbefordulását egy vízzel félig megtöltött lombikon követhetjük a legegyszerűbben. Ez a féllombiknyi víz a helyi megfigyelő horizontját modellezi, az üveg fala pedig, különösen ha csillagképeket is rajzolunk rá, magát a csillagos eget. Ha a lombikot úgy tartjuk, hogy a dugó irányába mutató tengelye esék egybe a mi földrajzi helyünk égi pólusának irányával, akkor egy félfordulata a lombik gömbjének modellezi az égbolt éjszakai körbefordulását. A lombik tengelyére merőleges gömbi főkör az égi egyenlítő. Ha ezt fölrajzoljuk, akkor fölrajzoltuk a Nap pályáját is két napra az évben: az őszi és a tavaszi napéjegyenlőség napján. Ha pedig a csillagképek közé a Nap éves égi útját is berajzoljuk, megláthatjuk, hogyan is emelkedik és süllyed a Nap éves útja során. Ha a következő koordinátarendszereknél megakadnánk, vegyük elő ezt a modellünket, mert ez segíti a szemléletes megértést.







II. GÖMBHÉJAK GEOMETRIÁJA

Csillagászati koordinátarendszerek

Ha kiállunk a csillagos égbolt alá, a megfigyelhető tiszta égbolt alig különbözik attól, amit egy űrszonda figyelhetne meg, ha simán leszállt volna oda a Föld felszínére. Mivel egy simán leszállt űrszonda számos tevékenysége kapcsolódik a Naphoz, a Nap mozgásához, ennek a mozgásnak a leírása a geometria ill. a szférikus csillagászat tárgya. A klasszikus csillagászatban erre használt három koordinátarendszert mutatjuk be.

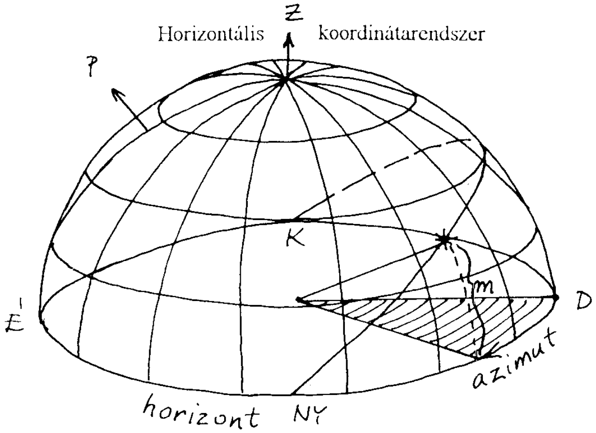
Horizontális koordinátarendszer

Képzeljük el, hogy űrszondánk a Föld felszínére szállt le, a Gobi sivatag vidékére, Kína északi részén, a 45 fok Északi Szélességen, és a Keleti hosszúság 110 fokánál. Erre a képzeletbeli leszállási helyre fogjuk megrajzolni a Földre simán leszállt űrszonda 3 csillagászati koordinátarendszerét.

A csillagászati koordinátarendszerekben irányokat mérünk, az irányokat egy gömbfelületre vetítjük. A gömbfelület egy kényelmes koordinátázása az, ha kijelölünk egy póluspárt (és ezzel a hozzájuk tartozó egyenlítői síkot is). Az egyenlítőtől a pólus felé haladva mérjük föl a szélességi köröket. A két póluson átmenő hosszúsági körök segítségével adjuk meg a hosszúsági koordinátát. Ezek közül egyet kitüntetünk, ez lesz a kezdő meridián, s ettől a kiinduló hosszúságtól elindulva haladunk körbe (az egyenlítőn például) a hosszúsági körökkel. A két nevezetes irány (a pólusoké, ill. a kezdő meridiáné) kijelölésében vesszük igénybe az égbolt nevezetes pontjait: az égi pólust, mely körül az égbolt elfordulni látszik és a kezdő meridiánnak a délkört, amely átmegy a delelő Napon és az égi pólusokon. (Iránymegadás szempontjából az égi egyenlítő ekvivalens a forgástengellyel, ill. az azt a gömbfelületen jelző két pólussal.)

A horizontális koordinátarendszerben az alapkör a horizont, a gömbi koordinátarendszer szélességi koordinátáját a magasság adja. A hosszúsági koordinátákat a Föld forgástengelyének égi döféspontján és a helyi délponton átmenő gömbi főkörtől számítjuk és azimutnak nevezzük. Az azimut szög nyugat felé egyenletesen növekvő. A helyi nyugatpont ezért 90 fok azimutú, az északpont 180 fok, a keletpont 270 fok, s a délpont 0 azimutú pont a horizonton.

Horizontális koordinátarendszer

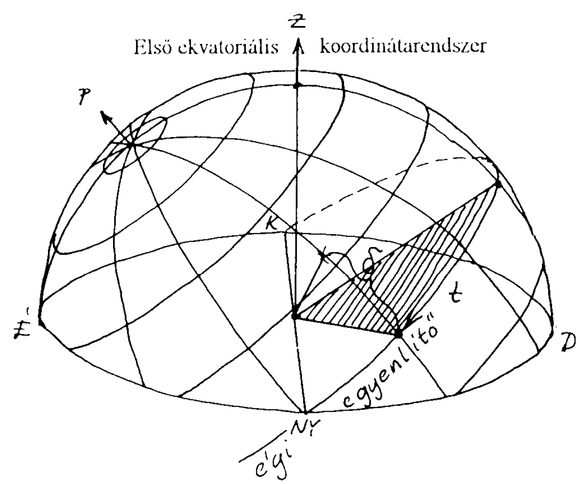


A Nap napi égi útja, tehát a kelése, delelése és nyugvása hasonlóan zajlik le a képzeletbeli űrszonda leszállási pontján, mint például egy alföldi megfigyelő számára.

Első ekvatoriális koordinátarendszer

Az első ekvatoriális koordinátarendszer alapköre a bolygótest egyenlítőjének az éggömbre kivetített főköre. A szélességeket az égi egyenlítőtől mérjük, s deklinációnak nevezzük. A Nap keleten kél, s a 24 órás földi tengelykörüli forgás alatt járja körbe a megfigyelőt. A hosszúsági koordinátát a Nap delelési hosszúságától, a délkörtől

Első ekvatoriális koordinátarendszer

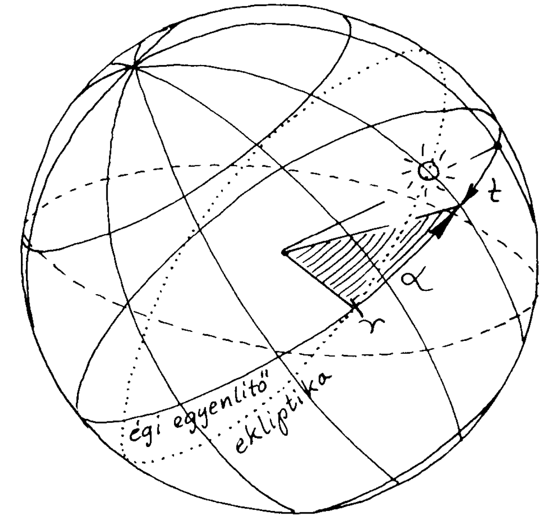


számítjuk. Deleléskor ez 0 óra. Az óra idejének múlásához hasonlóan ezt a Nap járásának idejével mért hosszúsági koordinátát óraszögnek nevezzük. A napéjegyenlőség napján a Nap nyugaton nyugszik le, amikor óraszöge 6 óra. Az óraszöget is nyugat felé haladva mérjük, órákban, 0-tól 24 óráig.

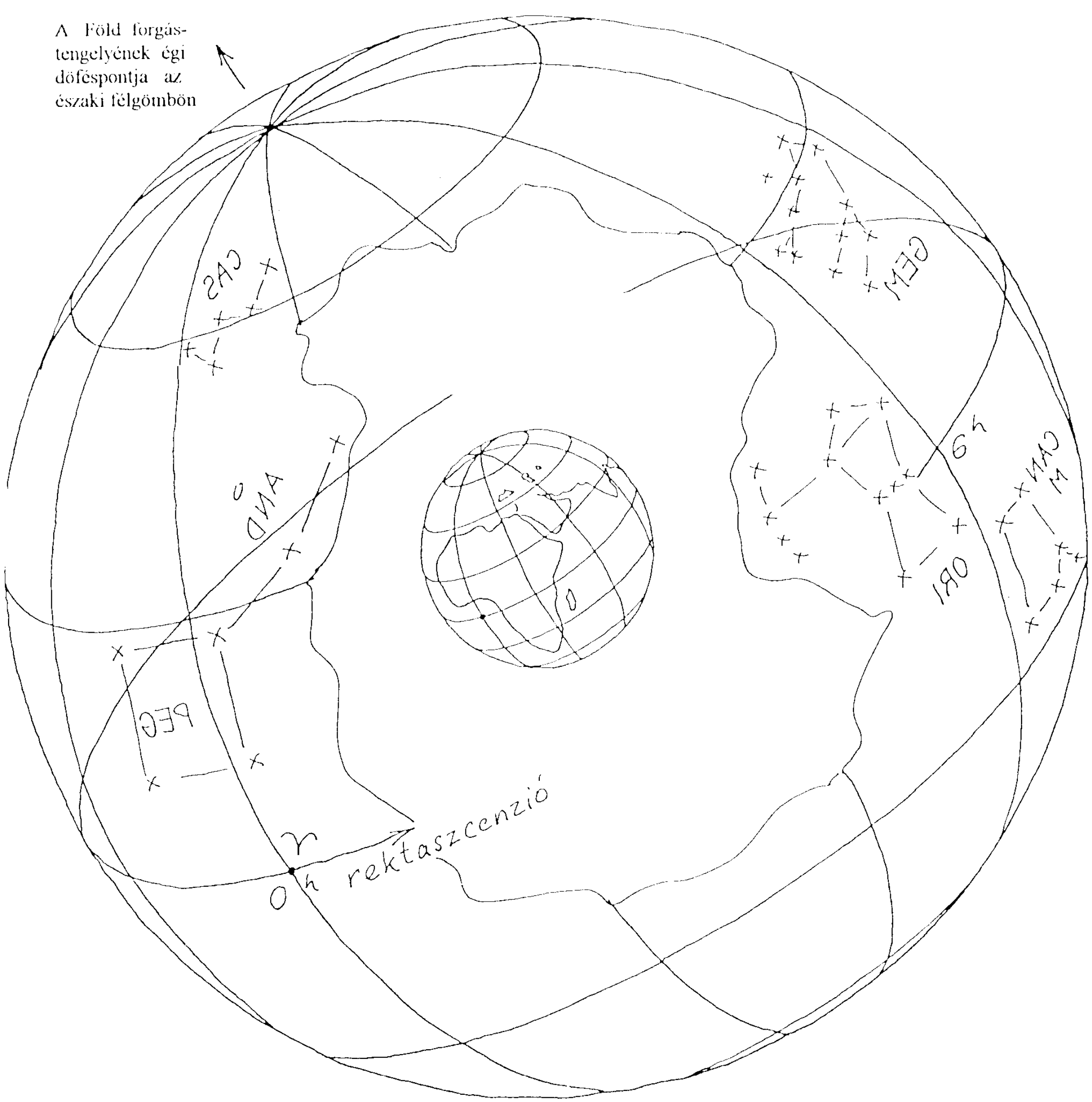
Az évszakos jelenségek a Nap égi pályájának napi menetjárás változásával figyelhetők meg a Földön. A tavaszi napéjegyenlőség napján a Nap az égi egyenlítőn halad végig. Ettől kezdve június 21-ig, a nyári napfordulóig, a Nap pályája fokozatosan emelkedik.

Második ekvatoriális koordinátarendszer

A második ekvatoriális koordinátarendszerrel illesztjük az égitest felszínén megfigyelt mozgásokat az égbolthoz rögzített koordinátarendszerhez. Bemutatjuk a Földről megfigyelt második ekvatoriális koordinátarendszert. A



szélessége ugyanaz, mint az első ekvatoriális koordinátarendszernek, vagyis az égi egyenlítőtől mért deklináció. (Északi irányban pozitív, déli irányban negatív előjellel.) A hosszúsági köre az, ami új az első ekvatoriális koordinátarendszerhez képest. Most a Nap pályájának égi egyenlítőre vett fölszálló csomópontja alkotja a 0 hosszúságú koordinátát. A csomópont neve tavaszpont. A



hosszúsági koordináta neve rektaszcenzió, (az aszcenzió = fölemelkedés szóból), s órában mérjük, keleti irányban. Amikor a Nap a tavaszpontban tartózkodik, tehát tavaszi napéjegyenlőségkor, a Nap rektaszcenziója 0 óra. Ebben az égbolthoz rögzített koordinátarendszerben a csillagok koordinátái állandók. (Csak közelítőleg, mert a precesszió miatt a Nap felszálló csomópontja is lassan elmozdul. Hátráló mozgást végez, s 72 év alatt mozdul el egy foknyit nyugati irányban. Jelenleg már a tavaszpontnak a klasszikus adatokból ismert ókori Kos csillagképbeli helyétől a Halakon át a Vízöntőbe mozdult el.

Csillagászati koordinátarendszerek egymáshoz való viszonya

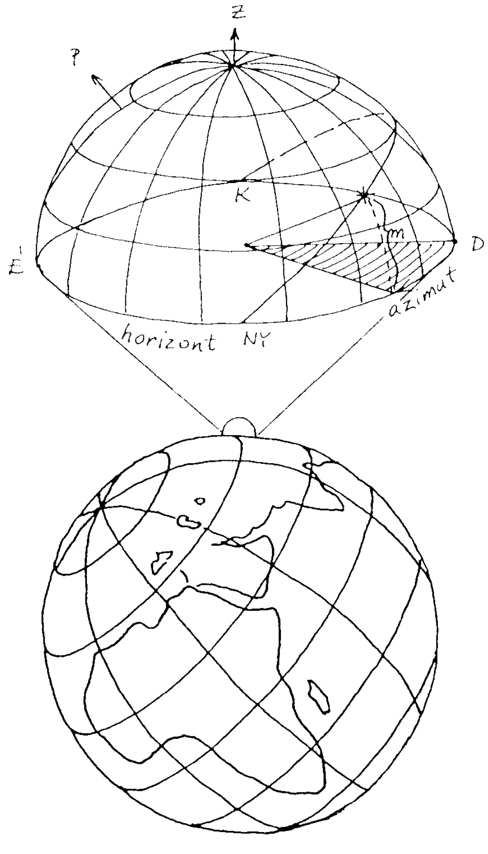
Mielőtt képzeletbeli űrszondánkkal átmennénk a Marsra, néhány ábrán bemutatjuk a koordinátarendszerek helyzet és méretviszonyait. Oktatási tapasztalat az, hogy ezt a legnehezebb elképzelnie a hallgatóknak akkor, amikor egyforma méretű gömbi koordinátarendszerek rajzain ismerik meg a koordinátarendszerek fő jellemzőit.

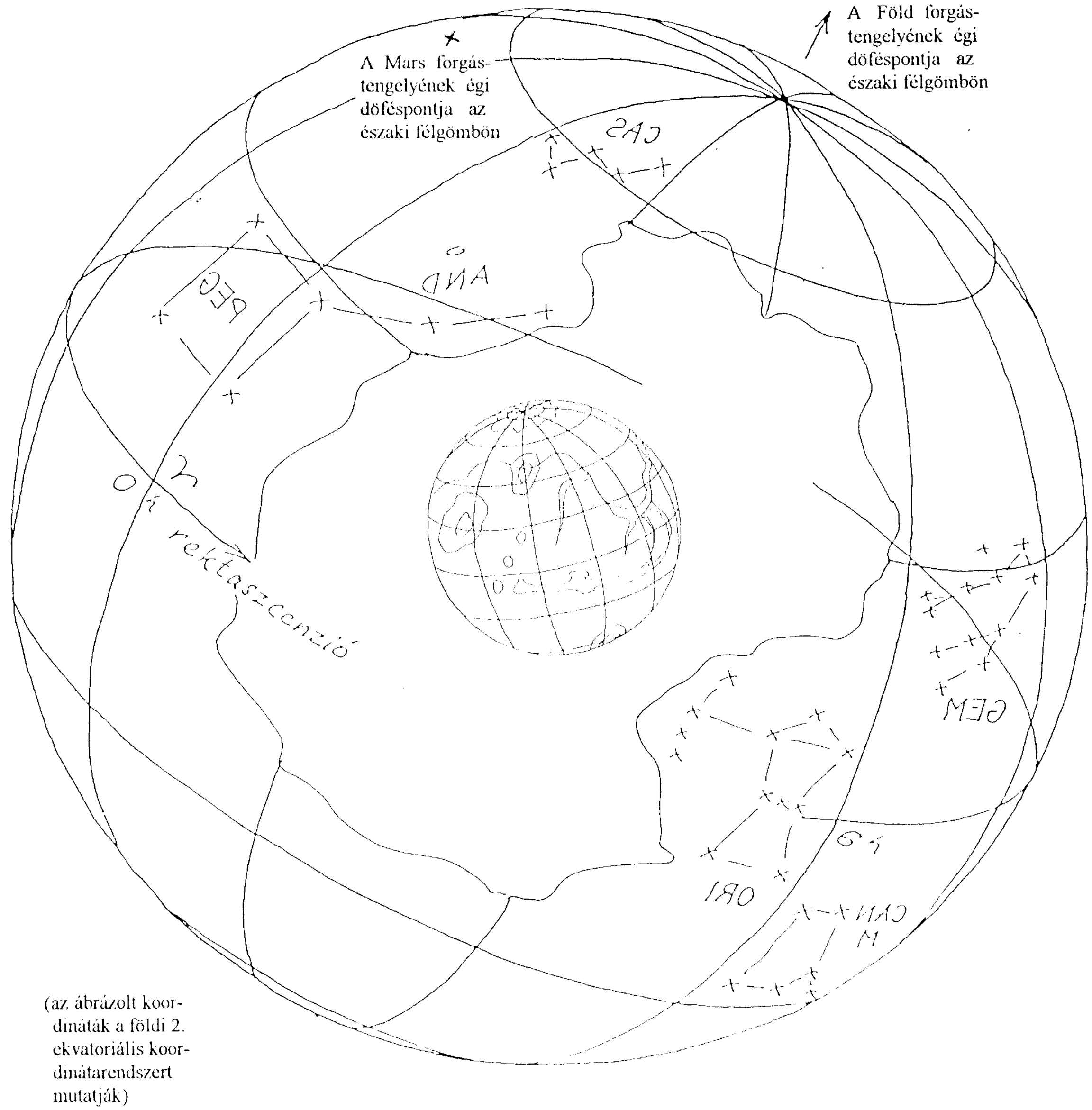
A horizontális koordinátarendszer bárhol fölvehető a Földön (s más égitesten), s ennek koordinátái a földrajzi hellyel változnak. Ugyancsak a földrajzi hellyel változik az első ekvatoriális koordinátarendszerbeli óraszög is, de a csillagok deklinációja már közös ezekben a különféle földrajzi helyeken fölállított első ekvatoriális koordinátarendszerekben.

A második ekvatoriális koordináta-rendszert az égbolthoz rögzítettnek képzeljük el. Ez a legnagyobb méretű gömb ábráinkon. Fixpontjait a Föld térbeli helyzete alapján vettük föl, s ábránk a Földhöz hasonló pozícióban is mutatja abból a szempontból, hogy a kezdő délkörök (Földön és "égen") egy irányba esnek, (a tavaszpont a földi 0 hosszúsági kör fölé esik), hogy megfigyelhessük a kelet felé mért hosszúságokat. A következő ábra pedig még inkább belekicsinyíti a Földet az "éggömbi" koordinátarendszer belsejébe, hiszen a csillagok iránya a Naprendszerben tett utakon praktikusan nem változik nagy távolságuk miatt. Ez az éggömbbe kicsinyített Naprendszerkép visz át bennünket a Marsra. A Mars térbeli helyzete más, mint a Földé. Ezt úgy fogjuk bemutatni, hogy amikor rajzunkon a Mars áll már a földi éggömbi (második ekvatoriális) koordinátarendszer középpontjában, akkor a

Mars forgástengelye már nyilván nem a földi pólus irányába mutat, hanem a Mars pólusának égi pontjára. Ennek koordinátáit két lépésben adhatjuk meg. Először a Marsra leszállt űrszonda számára készítjük el a marsi koordinátarendszereket. A marsi 2. ekvatoriális koordinátarendszert (az égbolt csillagainak mars felszínén mérhető koordinátáit) a gömbháromszögtani szinusz és koszinusz tételek alapján fölírható koordinátatranszformációval lehet a földi 2. ekvatoriális koordinátarendszerből átszámítani.

Egy "fölnagyított" földi horizontális koordinátarendszer, az adott földrajzi szélesség fölé elhelyezve az égitesten.





(az ábrázolt koordináták a földi 2. ekvatoriális koordinátarendszert mutatják)

Csillagászati koordinátarendszerek a Marsra

Egy idegen égitesten leszállt űrszondának a Nap helyi mozgását kell "ismernie" ahhoz, hogy napelemeit tevékenységeihez a Napra irányozza. Ennek a mozgásnak a leírása teljesen hasonló módszerekkel történhet, mint ahogy a földi megfigyelő követi a Nap mozgását, a napi, és az évi helyzetváltozásait. Ezért most újraépítjük a marsi klasszikus koordinátarendszer hármast.

Horizontális koordinátarendszer a Marson

Képzeljük el, hogy űrszondánk a Mars felszínére szállt le, a Chryse síkság nyugati szélére, a 40 fok Északi Szélességen, a Kasei folyóvölgyek torkolatától kicsit északra, a Nyugati hosszúság 45 fokánál. Erre a képzeletbeli leszállási helyre fogjuk megrajzolni a simán leszállt űrszonda 3 koordinátarendszerét.

A csillagászati koordinátarendszerekhez most is első lépésként megkeressük az északi pólust és ezzel a hozzá tartozó egyenlítői síkot is. A Viking 1 és a Viking 2 valamint a Pathfinder megfigyelései alapján meghatározták a Mars forgástengelyének az éggömbbel való metszéspontját. Ennek koordinátái a 2. ekvatoriális koordinátarendszerben: RA (rektaszcenzió) 317,7 fok, deklináció 52,9 fok. Ez a pont az éggömbön a Cygnus (Hattyú) csillagképbe esik.

A Marsra leszállt űrszonda horizontális koordinátarendszerében most is a horizont az alapkör és a gömbi koordinátarendszer szélességi koordinátáját a magasság adja. A hosszúsági koordinátákat a Mars forgástengelyének éggömbbel vett döféspontján és a helyi délponton átmenő főkörtől számítjuk és marsi azimutnak nevezzük. A földi konvenciót, hogy az azimut szög nyugat felé egyenletesen növekvő, most is követjük. A helyi nyugatpont ezért 90 fok marsi azimutú, az északpont 180 fok, a keletpont 270 fok, s a délpont 0 marsi azimutú pont a horizonton.

Mivel a Mars forgástengelye - a földihez hasonlóan - 23 fokkal hajlik a bolygótest pályájának síkjához, ezért a szférikus csillagászati jelenségek többségének a leírása a Marson hasonló lesz a bemutatott földiekhez. A Nap napi égi útja, tehát a kelése, delelése és nyugvása hasonlóan zajlik le a képzeletbeli űrszonda megadott leszállási pontján, mint például, egy dél-itáliai földi megfigyelő számára. A nap hosszát a Marson szolnak nevezik. Egy szol közel 24 óra.

Első ekvatoriális koordinátarendszer a Marson

Alapköre a bolygótest egyenlítőjének az éggömbre kivetített főköre. Ezt a Marson marsi égi egyenlítőnek kell neveznünk. A szélességeket a marsi égi egyenlítőtől mérjük, s marsi deklinációnak nevezhetjük. A Nap keleten kél, s a közel 24 órás marsi tengelykörüli forgás (szol) alatt jár körbe. A hosszúsági koordinátát a Nap marsi delelésétől számítjuk. Deleléskor ez 0 óra. Az óra idejének múlásához hasonlóan ezt a Nap járásának idejével mért hosszúsági koordinátát marsi óraszögnek nevezzük. A napéjegyenlőség napján a Nap nyugaton nyugszik le, amikor óraszöge 6 óra. Az óraszöget is nyugat felé haladva mérjük, s a földi időszög átszámítás kis eltérése miatt itt a Marson érdemes majd fokban mérni, nehogy a szol időadataival összekeverjük.

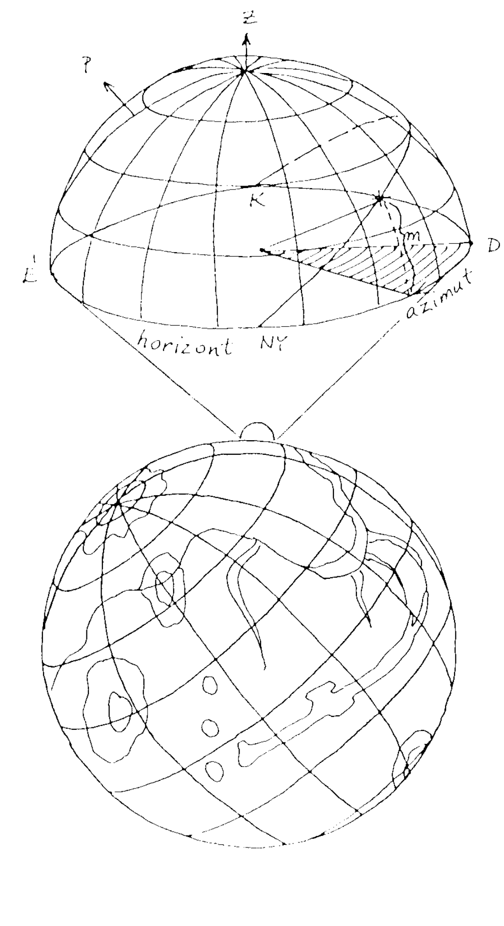
Az évszakos jelenségek a Marson, elképzelt leszállási helyünkön, hasonló napi menetjárás változással figyelhetők meg, mint a Földön. A tavaszi napéjegyenlőségtől kezdve a Nap pályája fokozatosan emelkedik. A különbség a földihez viszonyítva csak az, hogy a marsi év közel kétszer olyan hosszú, mint a földi év, ezért az égbolton lassabban emelkedik a Nap pályája, s közel kétszer annyi idő elmúlásával éri el a nyári napfordulót, mint a Földön, ezért az évszakok a Marson közel kétszer olyan hosszúak, mint a Földön. Földi időben mérve tehát fél évig tartanak.

Második ekvatoriális koordinátarendszer (Mars)

Ha majd az asztronauták a Marson is az égbolt alapján szeretnének éjszaka tájékozódni, addigra meg kell szoknunk néhány transzformációt, ami a Marson megfigyelhető napjáráshoz kapcsolódik. Ezek nem olyan különösek és bonyolultak, mint gondolnánk. Egyik fontos körülmény, hogy a csillagképhez köthető égi pólus szerepét az északi éggömbön a Hattyú csillagkép játszhatja. Az állatöv csillagképei, amik között a Nap egy marsi év, (azaz földi évvel mérve közel két év) alatt körbejár, ugyanazok lesznek, mint a földiek, de mindegyikben közel két földi hónapnyi ideig halad a Nap.

A Marsra készülő asztronauták egyik érdekes fölkészítő feladata lehet a felszínen való tájékozódáshoz az éjszakai égbolt vizsgálata. A marsi éggömb a marsi északi égi pólus (ez a RA=317 fok hosszúságú - 21 óra 8 perc hagyományos rektaszcenzió egységekben - és +52 fok deklinációjú pont) körül látszik elfordulni. Közelében találjuk a Denebet, s a Hattyú csillagkép játssza a mi Kisgöncölünk szerepét.

Egy "fölnagyított" marsi horizontális koordinátarendszer, az adott marsrajzi szélesség fölé elhelyezve az égitesten.

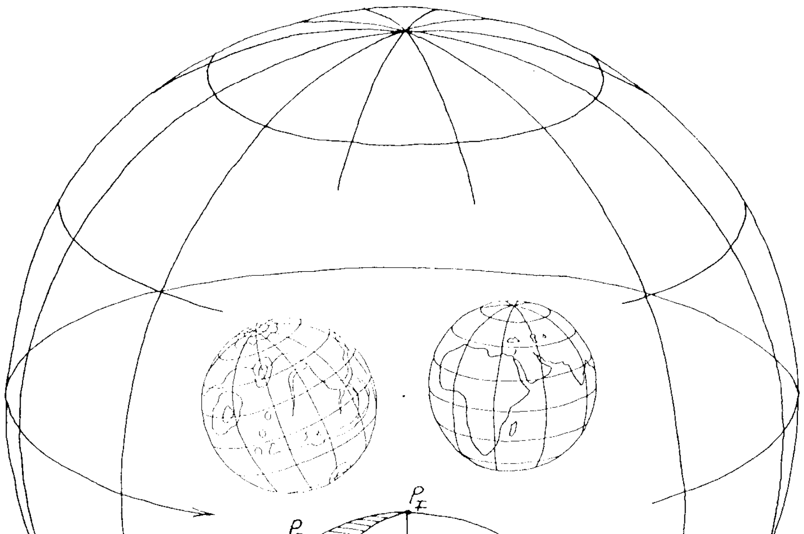


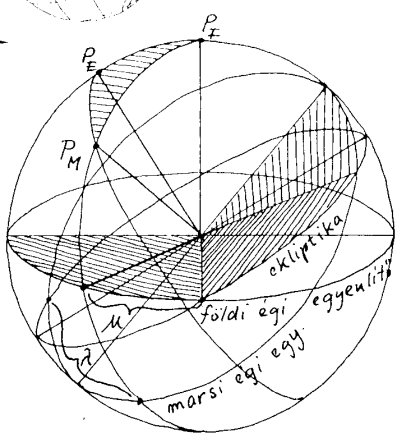
Gömbháromszögtani átszámítások

A gömbháromszögtan olyan transzformációs formulák megalkotását teszi lehetővé, amelyek segítségével az egyik gömbi koordinátarendszerből áttérjünk egy másikra. A földi 2. ekvatoriális koordinátarendszer (most lassú változások miatti korrekcióktól eltekintünk) az égbolt csillagainak koordinátáit adja meg. Tudjuk, hogy ez a koordinátarendszer a Földtest mozgására "hangolt", pólusa például a földi forgástengely égi döféspontja. Marsi űrszondánk, vagy egy más égi pólusra beállított űrállomás esetére számítógéppel persze gyorsan ki lehet számítani az ottani égitest-mozgásokra hangolt égi koordinátákat is. Mégis, az alapképleteket bemutatjuk azért, hogy ennek a módszernek is legyen szemléletközelbe eső alkalmazása atlaszunkban.

A gömbháromszög is oldalakból és szögekből áll. Oldalaira és szögeire két fontos tételt adunk meg. A szinusz tétel a gömháromszögtanban is sin a/ sin b = sin alfa / sin béta alakú. A koszinusz tétel bonyolultabb.

cos a = cos b . cos c + sin b . sin c . cos alfa.





Ábránk a földi égi egyenlítőnek, a földpályát jelentő ekliptikának és a marsi égi egyenlítőnek a síkját és egymáshoz viszonyított helyzetét mutatja. Átszámításkor a P_F és P_M pólusokon átmenő gömbi főkörhöz, mint kezdő hosszúsághoz számítjuk ki RA^*_F -ot, majd belőle transzformációkkal az RA^*_M -ot.

A földi marsi 2. ekvatoriális koordinátarendszerek átszámításánál a két bolygó égi pólusait összekötő gömbi főkör lesz a kezdő hosszúság. Ettől mérjük az RA^*_F, és az RA^*_M szögeket. Erről a közös hosszúságról azonban, a transzformáció elvégzése után, vissza kell térni az egyes bolygók saját 2. ekvatoriális hosszúságára. A bal alsó ábrán látható módon. A Föld-Mars poláris főkör a tavaszponttól μ hosszúságnyira nyugatra esik, s λ hosszúságnyira keletre a marsi éggömb ekliptikai felszálló csomópontjától. Tehát az

$RA^*_F = RA_F + \mu$ illetve az
$RA^*_M = RA_M + \lambda$ formulával

kell majd "visszaállni" az egyes bolygók saját rektaszcenziójára, az egyenletekben megkapott RA_F^* és RA_M^* koordinátákról.

Az átszámítások:

A szinusztétel szerint:

$$\frac{\sin(90° - D_M)}{\sin(90° - D_F)} = \frac{\sin(180° - RA^*_F)}{\sin RA^*_M}$$

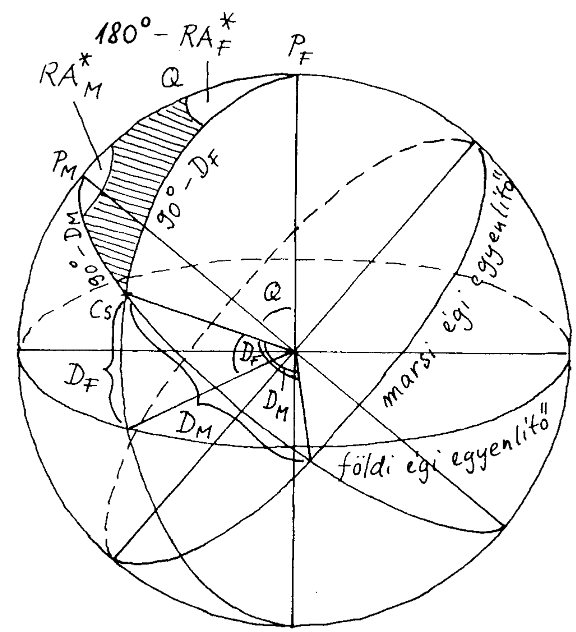
A koszinusztétel szerint:

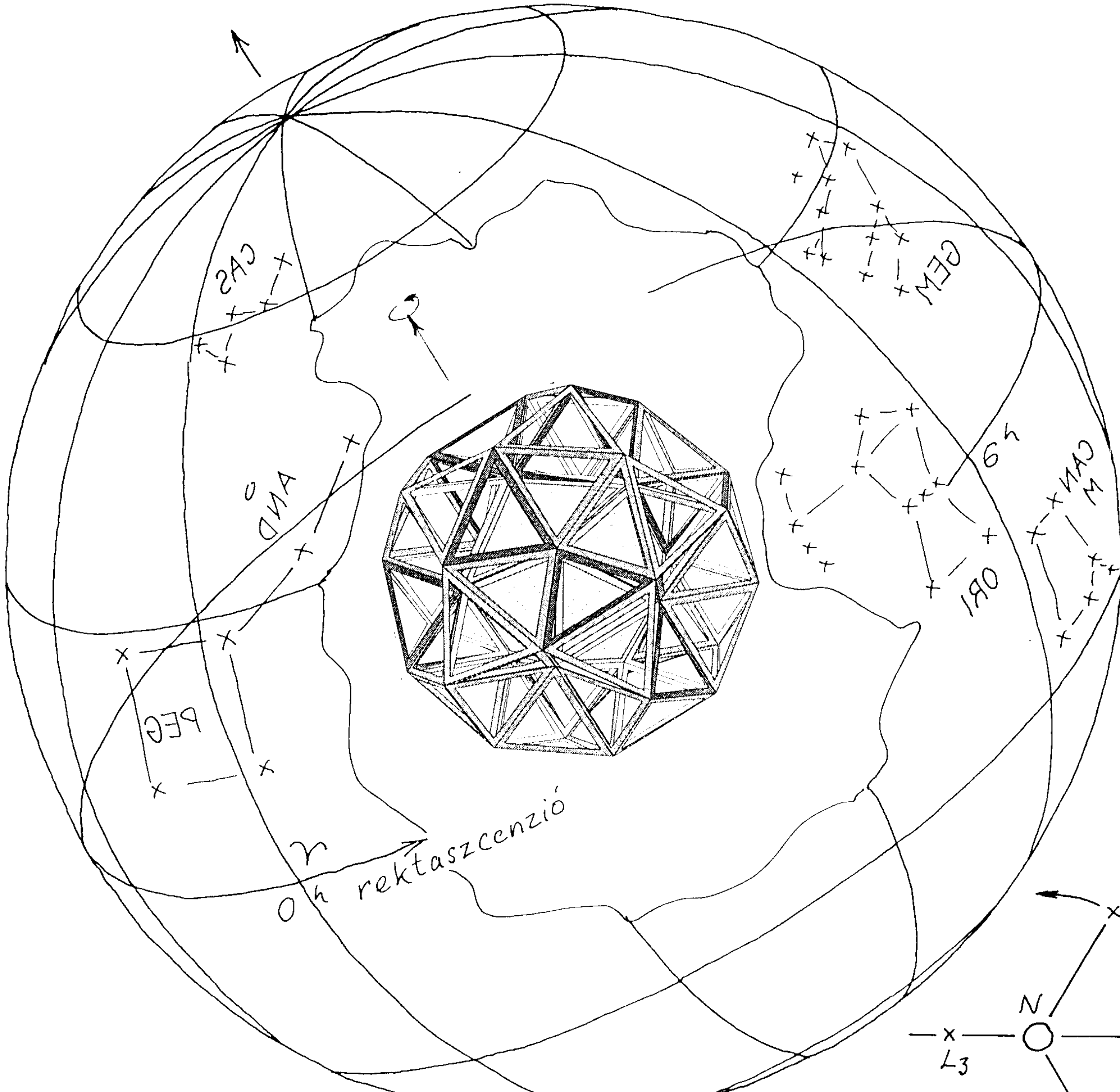
$\cos(90° - D_F) =$

$\cos(90° - D_M) . \cos Q + \sin(90° - D_M) . \sin Q . \cos RA^*_M$

Átszámításkor a két koordinátarendszer pólusát összekötő ív a gömbi háromszög egyik oldala. A másik két oldala pedig a kérdéses csillagot a két koordinátarendszer pólusával összekötő ív.

Formálisan a következők lesznek a képletek a földiről a marsi 2. ekvatoriális koordinátarendszerre történő átszámításkor. A Mars és a Föld forgástengelye közötti szög ismert, legyen ez Q. Egy csillag deklinációja a földiben D_F, a marsiban D_M legyen. Ezeknek az íveknek a 90 fokra kiegészítő szöge lesz a gömbháromszögbe eső ívdarab. Ez a három ív lesz minden csillag gömbi háromszöge (a gömbháromszög "oldalai") átszámításkor. E gömbháromszögben a földi pólusnál (mint csúcsnál) lévő szög a csillag 2. ekvatoriális hosszúsága, RA^*_F, a marsi pólusnál lévő szög pedig a csillag keresett marsi 2. ekvatoriális hosszúsága, RA^*_M.



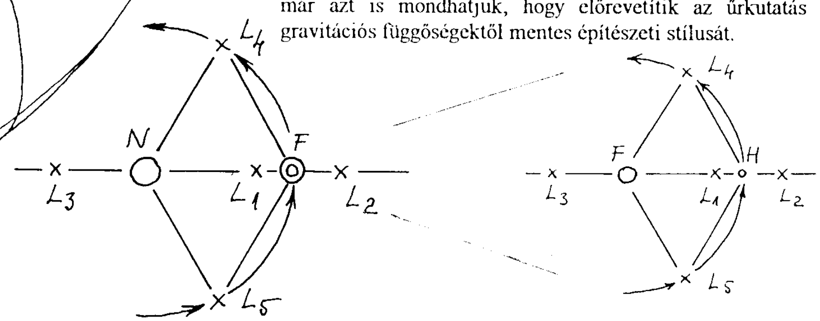


Egy Földhöz közeli Lagrange pontba helyezett űrállomás térbeli orientációja

Kis atlaszunk első felében a csillagászati koordinátarendszerekről mutattunk be néhány fontos ismeretet. Az űrkutatás egyik fontos geometriai alkalmazása az, hogyan segítse az űrállomás lakóinak tájékozódását az űrállomás térbeli helyzete. A csillagászati megfigyeléskhez szokott ember hozzászokik ahhoz, hogy az égbolt mozgását a földi környezet részének tekintse. Ezt a környezetet magával viheti a kutatók közössége az űrállomásra is, ha az űrállomást a földi mozgások szerint tájolják be. Ma már nem okoz nehézséget az, hogy az űrállomás lassan forogjon, a Földtesthez hasonlóan nyugatról kelet felé és a Poláriszra mutasson az űrállomás forgástengelye. Ugyancsak beállítható az, hogy egy nap alatt forduljon meg az űrállomás a tengelye körül. A precessziós változásokat mesterségesen is lehet korrihálni.

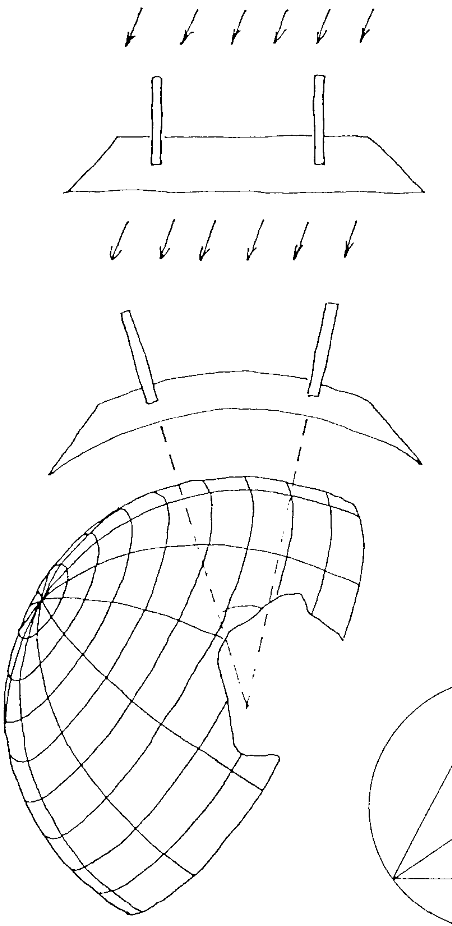
Különösen előnyös az űrállomás itt leírt tájolása akkor, ha a Föld közelében, például egy Nap-Föld vagy egy Hold-Föld rendszerbeli Lagrange pontban tartózkodik hosszabb ideig űrállomásunk. A Földdel szinkronizált térbeli helyzet bizonyos földi automatizmusok követését teszi lehetővé az űrállomáson és elősegíti az űrhajósok otthonosságát is.

Kis atlaszunk második felében azt mutatjuk be, hogy milyen szerkezet megépítésével lehet elérni az űrállomás gömbszerűségét, ugyanakkor viszont azt is, hogy egybevágó elemekből épüljön meg az űrállomás szerkezete. Ezt a megoldást a kvázikristályokhoz hasonló központi építmény megkonstruálásával javasoljuk. A szabályos testek körében ikozaéderes szimmetriájúnak nevezett testformák gyakran előfordulnak a természetben és már a földfelszíni építészet is egyre többet alkalmazza őket héjas szerkezetű épületek vázánál, borításánál. E földfelszíni építményekről szinte már azt is mondhatjuk, hogy előrevetítik az űrkutatás gravitációs függőségektől mentes építészeti stílusát.



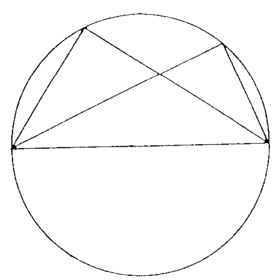
Eratoszthenész mérése a Föld átmérőjéről

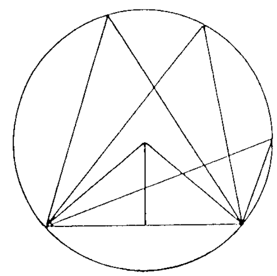
A gömbhéjak geometriájának megismerése együttes haszna a csillagászatnak és a földmérésnek. Eratoszthenész mérése igazolja ezt. Eratoszthenész az alexandriai könyvtárban olvasva figyelt föl a következő adatra. A nyári napforduló napján, azaz az év leghosszabb napján, június 21-én, érdekes dolgot figyeltek meg a sziéneiek. Ezen a napon délben az oszlopok nem vetettek árnyékot és a Nap fénye migcsillant a legmélyebb kutak vizében is. Sziéne, a mai Aszuán, messze délre esik Alexandriától. Eratoszthenész megfigyelte, hogy Alexandriában, az év e leghosszabb napján, délben, még mindig van árnyéka az oszlopoknak. A problémán elgondolkozva a következő értelmezésre jutott. Ezen a napon Sziénében a Nap deleléskor a zenitben állt, míg Alexandriában nem áll a zenitben. A párhuzamosan érkező napsugarak függőlegessel bezárt szöge Alexandriában más, mint Sziénében: Sziénében 0 fok, Alexandriában pedig, megmérte, 7 fok volt ez a szög. A két árnyék hosszának különbségét a Föld görbült felületével értelmezte. A gömbi metszetről láthatjuk, hogy e szög különbsége arányban van azzal a távolsággal, ami a két hely között egy görbült Földön mérhető. Karavánutazók becslései alapján ez a távolság 700 kilométer, aminek közel 50-szerese a Föld kerülete. Az ókori méréshez képest rendkívül jó közelítő érték a kapott 35000 kilométer nagyságrendű kerület, amiből a sugárra 5500 km adódik.

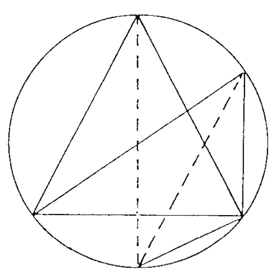


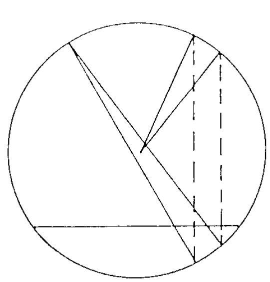
Thales tétele és Pythagorasz tétele

Azért választottuk ezt a két jól ismert tételt a klasszikus görög geometria bemutatására, mert szimbolizálják, hogy milyen fő irányok egyesültek a görög matematikában, és a geometria használata, fejlődése milyen távolra vitte el egymástól a "derékszögű háromszögnél még egymás mellett álló" két gondolatkört.



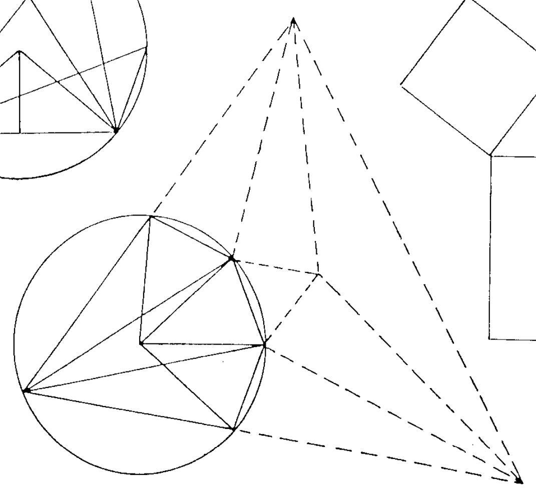


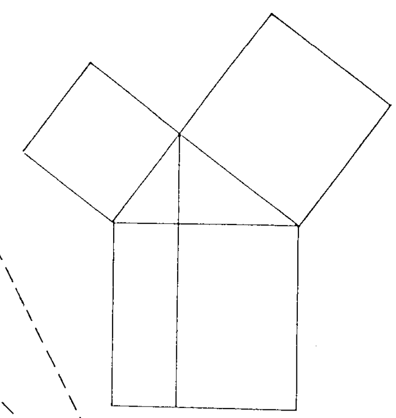




Thales tétele azt mondja ki, hogy a derékszögű háromszögek közül azok, amelyeknek egyenlő hosszúságú az átfogója, a csúcsai ezen háromszögeknek az átfogó mint átmérő köré írható körre esnek. Sok más megfogalmazása is lehetséges e tételnek. Az egyenlő átfogójú derékszögű háromszögekre a tétel fölhasználásával egy "összevonást" végezhetünk. Rendre egymásra helyezve őket például azt is tapasztaljuk, hogy sorba rendezhetők, s e háromszögek harmadik, a körívre eső csúcsán "lépdelve" körbejárhatjuk az átfogó mint átmérő köré írható kört. Mértani helyként ezt úgy fogalmazhatjuk meg, hogy azon pontok mértani helye, amelyekről egy háromszög egyik oldala derékszög alatt látszik, az oldal köré, mint átmérő köré írható kör. Ekkor a háromszögek egyúttal derékszögűek is és a derékszögű háromszögek átfogója a kör átmérője.

A Thalesz tétel mértani helyes megfogalmazásról eszünkbe jut a Thalesz tétel egyik rokon tétele. Ezt azt mondja ki, hogy a kör egy húrjához tartozó középponti szög kétszer akkora, mint azok a kerületi szögek, amelyek a húrnak a kör középpontja irányába eső körívére esnek. Ennek a tételnek az ismeretében azt is észrevehetjük, hogy a Thalesz tétel ennek az általánosabb tételnek egy speciális esete. Az ugyanis, amikor a húr éppen az átmérő és a középponti szög éppen az egyenes szög (180 fok), aminek a fele a derékszög (90 fok).





Egy másik rokon tételt is fölhasználtak már a híres Morley tétel bizonyításánál. Ez pedig egy olyan eset, amikor a következő két négyszöget hasonlítjuk össze. Három darab, egybevágó szakaszt, (melyeknek a középponti szöge is egybevágó) mint a köríven egymás után következő három húrt mérünk föl, úgy, hogy az egyik szakasz végpontja essék egybe a következő szakasz kezdőpontjával, majd a szabadon maradó szakasz-végpontokat összekötjük a kör középpontjával, illetve a kör középpontja felé eső körív egy pontjával. Az így kapott "középponti négyszög"-nek a kör középpontjánál lévő szöge szintén kétszerese a "kerületi négyszög" köríven fekvő szögénél. Ezt a tételt - valahogy úgy is érezzük - hogy az előző tétel háromszor egymás utáni alkalmazásával kaphatjuk. Ez azt is jelenti, hogy a tételeket egymás után többször alkalmazhatjuk. A középponti szög - kerületi szög összehasonlítását kihasználó még érdekesebb tétel a háromszög Simpson egyeneséhez fűződik. Ennek a tételnek csak a rajzát közüljük keresésre biztatva az olvasókat.

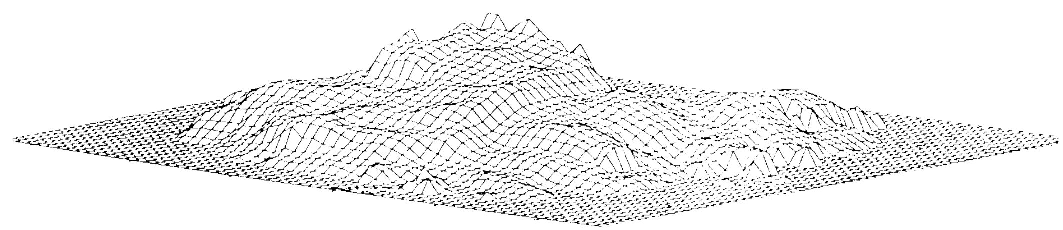
A fenti példa érzékeltette, hogy a klasszikus geometriában az alakzathoz (itt a háromszöghöz) tartozó tételek hálózatosan kapcsolódnak egymáshoz. Pythagorasz tétele szintén a derékszögű háromszögeknek egy belső tulajdonságát, oldalai hosszának egy összefüggését fogalmazza meg. A befogók négyzetének összege egyenlő az átfogó négyzetével. Mivel 1) ez a tulajdonság szoros kapcsolatban áll a távolságok mérésével, és 2) a távolság-fogalmat a derékszögű koordinátarendszer fölhasználásával Descartes a geometria algebrai megfogalmazású változatának egyik alapjává tette, és 3) ezzel a geometriai törvények jelentős részét algebrai egyenlettel megfogalmazhatóvá tette, ezért a Pythagorasz tétel ma legalább annyira ismert ebben az algebrai megfogalmazásában, mint a geometriai elrendezésében.

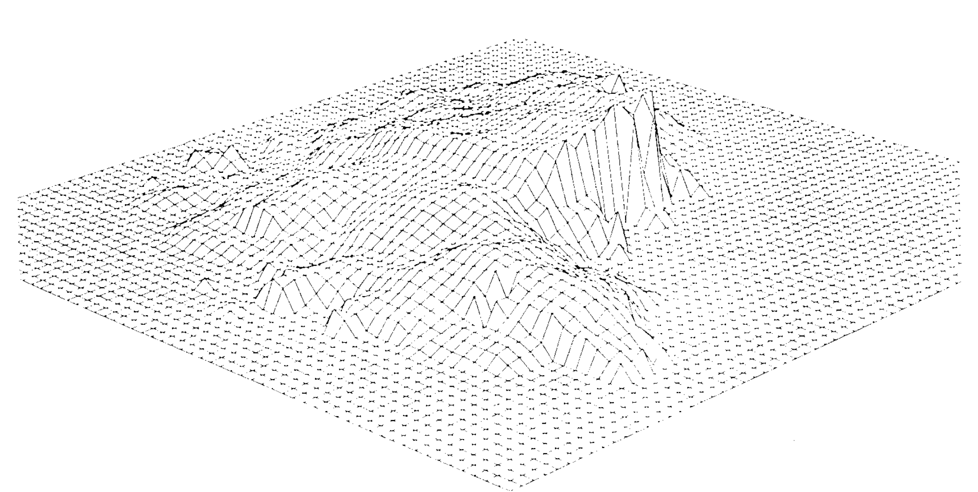
A Thalesz tétel és a Pythagorasz tétel szerepének fölvillantásával érzékeltetni akartuk, hogy ugyanazokról az alakzatokról - vagyis a derékszögű háromszögekről - megfogalmazott két különböző tételből később milyen gazdag kapcsolatrendszerű tudományág fejlődött ki a geometriában.

Leszállás egy égitest felszínére

Jelképesen szólva a Pythagorasz tételből a távolság mérésére jól használható tételnek egy távoli kisugárzása az, amit Descartes a róla elnevezett koordinátarendszerben sok távoli terület matematikai fölvirágoztatására szerkesztett. Az a tény, hogy geometriai feladatokat algebrai úton is meg lehet fogalmazni, meg lehet oldani, mindmáig az egyik legnagyszerűbb, távoli területeket egyesítő lépés a matematikában. Most arra mutatunk űrkutatási példát, hogyan lehet geometriai transzformációjával ismét képbe fogalmazni egy égitest felszínéről gyűjtött magasságadatokat.

Az űrszondák többsége egy égitest megközelítésekor pályára áll a célégitest körül. Magasságméréseket végez a felszíni pontokról. Ezt a magasságkkordináta sorozatot fejti át egy számítógépes program olyan "látvány" tájakba, amik először az Apolló űrhajósok számára készültek a Holdra szállás előkészítéseként. Ha egy derékszögű hálózta rácsaira adjuk meg a táj magasságadatait, akkor a derékszögű hálót a tájra terítve meg is rajzolhatjuk a táj képét. Ha polárkoordinátákban különböző nézőpontokból látható képet számítunk ki, akkor szinte a tájban való elmozdulásokat is számítógépen szimulálhatjuk. Illusztrációként most nem egy holdi tájat mutatunk be, hanem egy, a Galileo űrszonda által az Ion térképezett hegy ilyen képét, Hargitai Henrik nyomán.





III. ÉPÍTÉS, SZIMMETRIA, KRISTÁLYTAN

Építés, ismétlés, szimmetria, kerek egész

A művészeti alkotásokon gyakran találunk ismétlődő elemeket. Az ismétlődő, egybevágó elemek gyakori jelenségek a természetben. Az ember technikai tevékenységeiben is többször állít elő ilyen tulajdonságú elemeket, hogy később nagyobb rendszerekké kapcsolja össze őket.

Az építés során az egybevágó elemeknek sokféle szabályos, részben szabályos vagy rendezetlen alakzatrendszere jöhet létre. Az egybevágó elemek nagyszámú kapcsolódási kombinációjából azok a legfontosabbak, amelyek szabályosságukból eredően egyszerűen leírhatók. Az egybevágó elemekből épülő szabályos alakzatrendszerek tulajdonságait több tudományág is vizsgálta. A természetleíró és a struktúraépítő ágak együtt formálták meg azt a fogalmat, amelynek segítségével e tulajdonságok tömören megfogalmazhatók, s ez a *szimmetria.*

A szimmetria fogalmával a szabályosan ismétlődő, egybevágó ELEMEK (RÉSZEK) magasabb RENDSZERRÉ (EGÉSSZÉ) illeszkedésének szerkezetét írhatjuk le. A görögök RÉSZ és EGÉSZ viszonyát vizsgálva az elemi hierarchia megfogalmazásán túl mennyiségi jellemzését is adták a szép, harmonikus alkotásnak: a szó eredeti συν együtt, μέτρον mérték = egyenmérték jelentése még utal RÉSZnek és EGÉSZnek szakaszok arányaival és aránypárokkal történő *összemérhetőségére.*

Ókori és középkori építészeti (Vitruvius) és művészeti (Dürer) kánonok arányrendszerei után alakzatrendszerek pontos jellemzésére először Leonardo da Vinci használta a szimmetriát centrális épületek tervezésénél. Az alakzatrendszerek rendszerezésénél követett szimmetria alapú módszer a XIX. századi kristálytan találmánya. A kristálytanban a szimmetriát a kristályokat fölépítő atomi és molekuláris szerveződések csoportosítására, majd a teljes lehetőségkészlet osztályozására először Fjodorov orosz és Schönflies német krisztallográfus használta föl. Századunkban a szimmetriafogalom egyre inkább kiterjedt más diszciplínák vizsgálati területére és alapvető rendező elvvé vált, kiváltképpen a fizikában.

A mai szimmetriafogalomnak két gyökere van: a korábbi, a konstruktív értelmezés az, amelyben a szimmetria szabályokat, műveleti utasításokat jelent, melyek segítségével struktúrákat építhetünk föl ismétlődő, egybevágó elemekből. A szimmetriafogalom másik gyökere a természettudományos értelmezés: a szimmetria ott valamilyen tulajdonság megmaradását jelenti az alakzatrendszer átrendezése során. Ha a struktúra egybevágó (egyenrangú) elemekből áll, akkor van egy belső szabadsága az elemek átrendeződésére. Ez azt jelenti, hogy az elemek egymásba transzformálhatók, egymás között fölcserélhetők a szimmetriaműveletekkel anélkül, hogy az alakzatrendszer rendezettsége *kifelé* megfigyelhető változást mutatna. A kétféle megközelítés a kristálytanban és a díszítőművészet leírásában egyformán fontos szerepű.

11 - egy rácsállandónyi eltolás

m1 - két, a fríz vonalára merőleges tengelyű tükrözés

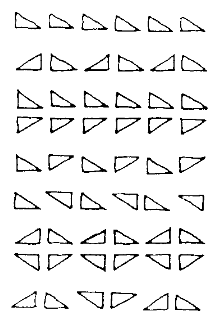
1m - egy rácsállandónyi eltolás és egy hossztengely menti tükrözés

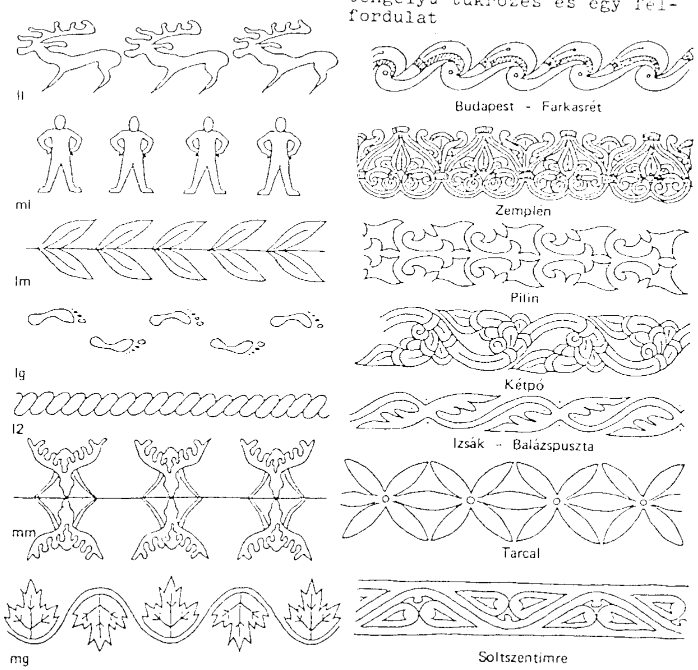
1g - egy csúsztatva tükrözés

12 - két félfordulat

mm - két, a fríz vonalára merőleges tengelyű és egy hossztengely menti tükrözés

mg - egy, a fríz vonalára merőleges tengelyű tükrözés és egy félfordulat





A természeti jelenségek és az emberi tevékenységek gyakran hoznak létre olyan mintázatokat, amelyek egyenes mentén sorakozó szabályosan ismétlődő elemekből állnak. A geometriai kristálytan az ilyen elrendezéseket 7 különböző típusba sorolja, azon műveletek alapján, amelyekkel az egyenes menti szabályos alakzatrendszerek önmagukra leképezhetők. A műveletek e leképezések során a sík egybevágósági transzformációi lehetnek. Ezek az eltolás (jele: t), a tükrözés (jele: m), a 180 fokos elforgatás (jele: 2), és a csúsztatva tükrözés (jele: g), és ezek kombinációi.

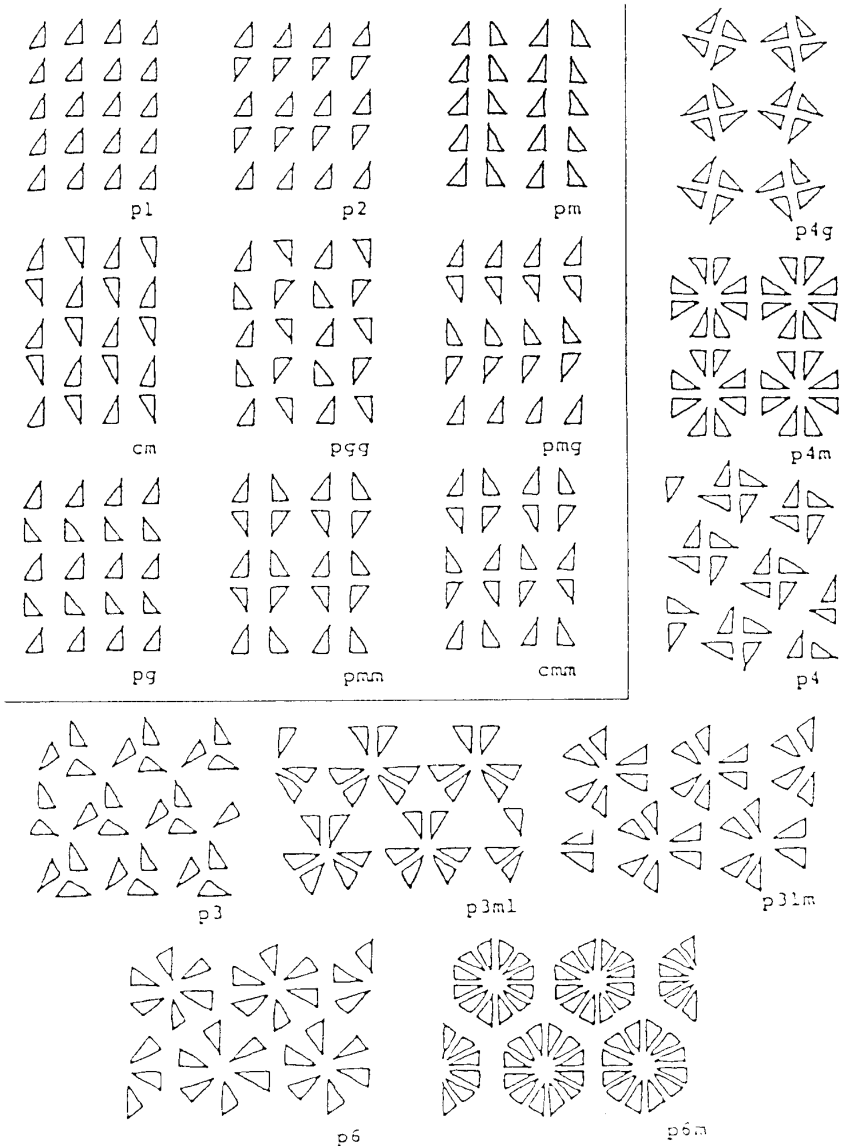
Az egyenes menti 7 szimmetriacsoportnak megadható egy rá jellemző minimális műveletegyüttese, melyek fölépítik (generálják) az alakzatrendszer többi egybevágósági műveletét (szimmetriaműveletét) is. Ezeket a *frízcsoport* (egyenes menti szimmetriacsoport) *generátorainak* nevezik. A csoportmegnevezés a szimmetriaműveleteknek a matematikai szerkezetére utal: a csoportba tartozó műveletek együttese zárt, s jellemző az adott alakzatrendszer típusra.

A balra álló táblázat fölsorolja e 7 szimmetriacsoportot a generátoraival és egy-egy természeti alakzatrendszerével, meg egy palmettás díszítőművészeti frízével a magyar honfoglalás korából

A síkon lévő ismétlődéses mintázatokat szintén a rajtuk elvégezhető szimmetriatranszformációkkal (sajátátalakításokkal) különböztetjük meg. Olyan átalakítások (átrendezések) a "sajátjai" egy síkbeli mintázatnak, amelyek nem okozzák a minta látható megváltozását. Milyen átalakítások (átrendezések) azok, amelyek a minta látható képét nem változtatják meg? Ezek a minta olyan "belső" átrendezései, amelyek az eredeti mintázattal egybevágó mintázatot eredményeznek. Ezek a külalak megváltozása nélküli belső átrendezések alkotják a minta egyfajta belső "szabadságát", szimmetriáját. (Ez a belső átrendezési szabadság az ismétlődéses alakzatok fontos tulajdonsága, mert ettől találjuk őket szépnek.

A síkon, láttuk, négy olyan alapművelet van, amely az egyenes menti díszítőalakzatokat egybevágósági transzformációval (belső átrendezési szabadsággal) önmagába viheti át. Ezek kombinációi már egy fokkal összetettebb egyenes menti mintákat visznek át önmagukba (ezek közül a legegyszerűbb az mg).

Az egyszerűbb síkbeli mintázatokat tekinthetjük olyanoknak, mintha egyenesmentiekből lennének "megszőve". A síkminta pg megnevezésű alakzatrendszerében pl. a g jelölés azt jelenti, hogy a síkminta olyan szálakból áll, melyek a g (csúsztatva tükrözési) műveletre nézve rendelkeznek belső átrendezési szabadsággal. Ugyanígy a pm jelű síkmintánál az m betű a mintasávra merőleges irányú tükrözést jelöli. Ha egy mintázat olyan sávokból áll, melyeknek g belső átrendezési szabadsága (szimmetriája) van - ezek példánkon függőleges irányban álló sávok, - akkor ugyanezzel a g szimmetriával az egész mintázat is rendelkezik, úgy, mintha a végtelen



mintázat is egyetlen hatalmas szalag lenne. Ekkor a hálófonat mintázatnak a sorait a függőleges tengelyű g csúsztatva tükrözések képezik le önmagukra. (A mintázat elnevezésében a p azt jelöli, hogy egyszerű elemi cellája van a mintának.)

Ha mostmár egy pm jelű mintázatot vizsgálunk, fölfedezzük, hogy ez a minázat m tükrözésekkel szervezett "vízszintesen haladó" sávokból áll. (Az m tükrözési tengelyek függőlegesen állnak.) Az előbb említettek miatt az egész mintázat szintén rendelkezik az m tükrözések szimmetriájával: a mintázat "függőleges" sávjait (egymás fölött elhelyezkedő azonos alakzatokból álló oszlopait) szintén ezek az m tükrözések ("függőlegesen álló" m tükrözési egyenesek) viszik át önmagukba.

Mivel láttuk, hogy a mintázatok kétféle irányban is rendezettek, ezért másként is megfogalmazhatjuk a pg és a pm mintázat rendjét. A pg mintázatot "függőlegesen" a minta g szerkezetű oszlopai, "vízszintesen" (oldalirányban) pedig a t egyszerű eltolás szimmetriaművelete "szövi meg". (A t eltoláskor egy rácsállandónyi eltolás és annak egész számú többszörösei viszik át a szálat önmagába.) Ugyanígy, a pm minta m szerkezetű sorokból és merőleges irányban az egyszerű eltolás t műveletéből van megszőve. A síkbeli szimmetrikus mintázatok egy része olyan, hogy a két példán bemutatott módon megszőhető az egyenes menti mintázatokból.

Ha magasabbrendű forgási szimmetriát is tartalmaz a síkbeli minta, akkor már hármas, vagy többes "szövésre" is szükség van ahhoz, hogy levezethessük a minta szimmetriaműveleteit az egyenes mentiekből. Ábránkon egy egy mintázatával bemutatjuk a síkon lehetséges 17 féle szimmetria csoportot. Külön bekereteztük azokat, amelyek "megszőhetők" az előbb leírt módon.

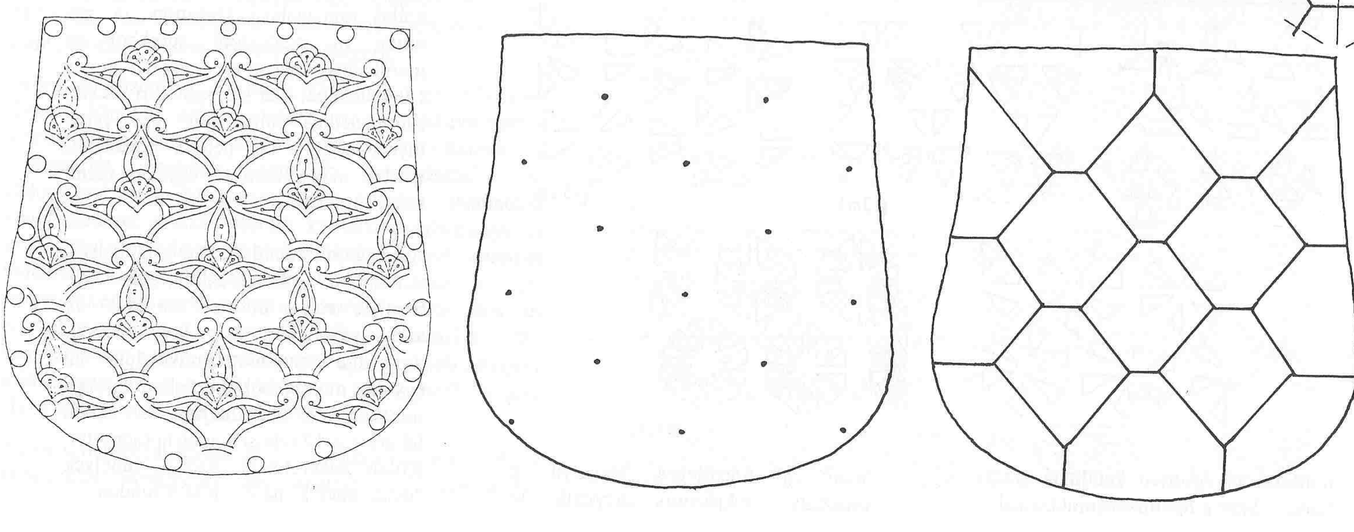
Mielőtt a gömbhéjas koordinátarendszer előnyeit a térbeli építés három dimenziós lehetőségeivel összekapcsolnánk, megállunk a síkbeli szabályos alakzatrendszereknél. A 17 síkbeli tapétacsoport a síkbeli szerkezetek és mintázatok építésének legáltalánosabb "csontvázát" képviseli. Belőlük képezhetünk különleges feltételekkel speciális eseteket. Ilyen különleges feltétel az, hogy a mintázat álljon egybevágó lapokból és azok töltsék ki hézagmentesen a síkot. Azokat a mintázatokat, amelyek annak a feltételnek tesznek eleget, hogy hézagmentesen fedik le (töltik ki) a síkot, vagy annak egy tartományát, mozaikoknak nevezzük.

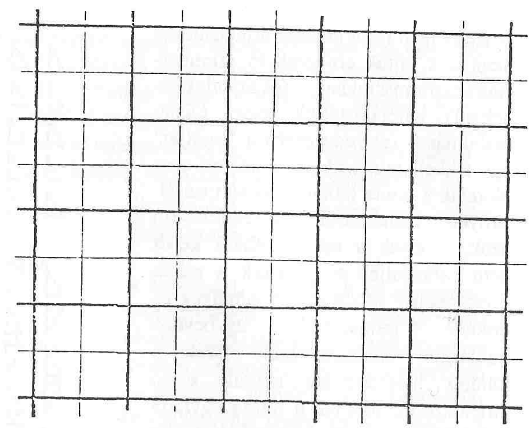
Első kérdésünk, hogyan készülhet mintázatokból mozaik. Ha például faleveleket ábrázoltunk egy síkbeli rácsrendben (gondoljunk a honfoglaló magyarok palmettadíszes fegyver és ruházat díszítőmintáira) akkor a következőképpen készíthetjük el a mintához tartozó mozaikot. Tekintsük a minta rajzának a súlypontját. A minta levelei helyett a súlypontokat ábrázolva pontrácsot kapunk. Húzzuk meg a szomszédos rácspontok közötti szakaszfelező merőlegeseket. Ezek a pontokhoz tartozó tartományok határait fogják kijelölni. Az ilyen típusú transzformációkat Dirichlet-Voronoy-cella képzésnek (Direchlet tarnszformációnak) nevezik. Ha a mintázat rácspontjait áttranszformálhatjuk cellarácsba, mozaikba, akkor valamilyen értelemben a kétféle rend egyenértékű.

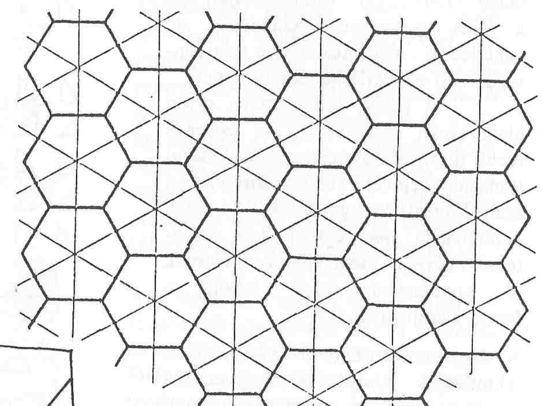
A síkon megrajzolható mozaikok közül azok a legnevezetesebbek, amelyek szabályos sokszögekből (poligonokból) állnak. Három olyan eset van, amikor egyféle szabályos sokszögből építhető meg a síkot beborító mozaik: a szabályos háromszög, a szabályos négyszög (vagyis a négyzet) és a szabályos hatszög ez a három eset.

Környezetünk anyagait, a merev testek nagy részét kristályos rendben sorakozó atomok építik föl. A kristályokban az atomok gazdaságosan töltik ki a rendelkezésre álló teret, amit egy térbeli mozaikkal tudunk a legegyszerűbben elképzelni. Ha síkbeli kristályokban gondolkodunk, akkor ennek megfelelői lehetnek a síkbeli mozaikok. A síkbeli mozaikok egyik fontos jellemzője az, hogy sorokat alkotnak benne az ismétlődő elemek. Ezzel az eltolási szimmetriával nem valósítható meg azonban 5-ös forgatási szimmetria, csak a 2-es, 3-as, 4-es és 6-os forgatású. Ez megfelel annak a tapasztalatnak, hogy csak szabályos háromszög, négyzet, és szabályos hatszög alkot mozaikot a síkon. 2-es forgáspontú a szimmetriája minden olyan mozaik csúcspontjának és élfelező pontjának, amelyet egybevágó paralellogrammák alkotnak.

A Dirichlet-Voronoj transzformáció alkalmazását egy honfoglaláskori tarsolylemez díszítőmintáján mutatjuk be. (Az eperjeskei tarsolylemez rajza.)

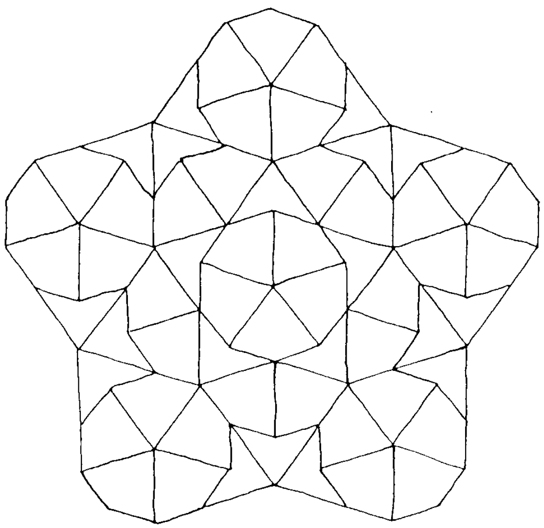


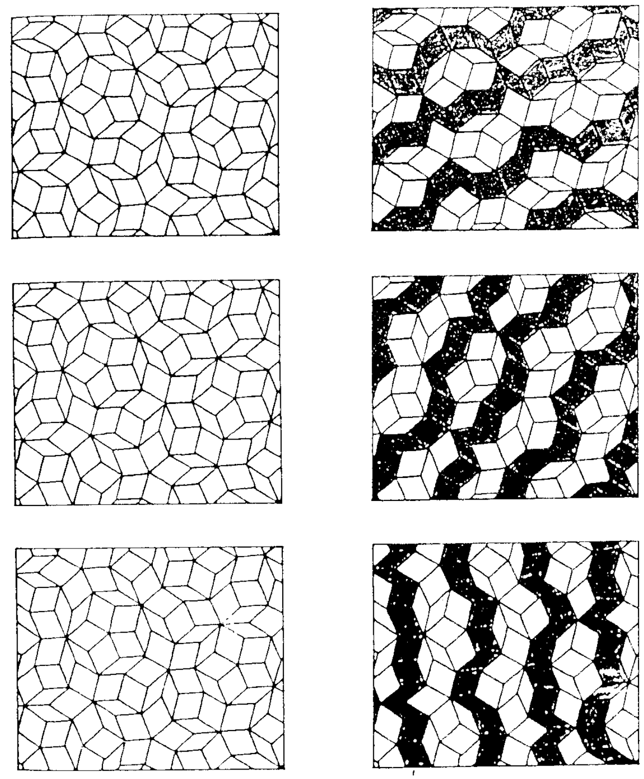


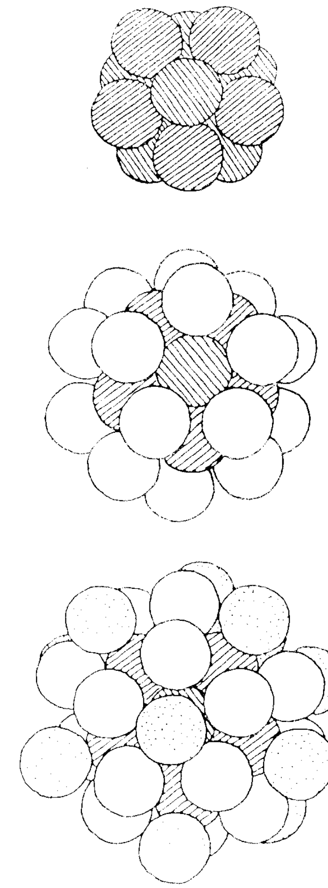


A síkon három szabályos mozaik építhető: négyzetes, szabályos háromszöges és szabályos hatszöges. Ha ezek mozaiklapjait a mozaiklap középpontjába zsugorítjuk, akkor a leírt módon elkészíthetjük a három mozaik pontrácsához tartozó Dirichlet-Voronoj cellák mozaikját. Azt találjuk, hogy a szabályos háromszög-mozaik pontrácsához a szabályos hatszöges, a szabályos hatszög-mozaik pontrácsához a szabályos háromszöges mozaik tartozik. E két szabályos mozaikot ezért egymás duális párjának nevezik. A négyzetekből fölépülő mozaikrács duálisa önmaga.

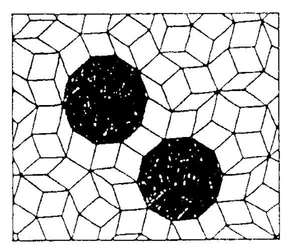
Találtak mégis olyan anyagokat, amelyeket az 5-ös forgási szimmetria jellemez. Hogyan lehetséges ez. Egy angol fizikus, Penrose adta az egyik megoldás lehetőségét. Olyan két négyszöget szerkesztette, amelyekkel a síkot mozaikként le tudta fedni. Penrose -éhoz hasonló megoldást ad két rombusz is, amelyek a szabályos ötszögből származtathatók.







Az ilyen kétféle rombuszos mozaiknak lehetnek ötszöges olyan "rácssíkjai", (valójában sokszögekből álló vonulatai), amelyek párhuzamos élű lapjaikkal szomszédos moaziklapok "egybekapcsolásával" jöhetnek létre. Azokat az anyagokat, amelyek ilyen szerkezettel rendelkeznek, kvázikristályos anyagoknak nevezik. Számos anyag lehet kvázikristályos szerkezetű, ha gyorsan lehűtik. Ilyen számos fém és ötvözet is. Bennük a térbeli eltolással fölépülő kristályos rendezettség helyett gyorsan létrejövő atomfürtök keletkeznek a gyors lehűlés hatására. Az atomfürtök ikozaéderes szimmetriájúak. Van tehát ötös forgáspontjuk az őket megépítő ismétlődő egybevágó elemeknek. De ahogy a síkon, úgy a térben sem lehet ötszöges forgási szimmetriát a térbeli eltolásokkal rácsrendet megőrizve összeegyeztetni.



A kvázikristályos rend egyik érdekes vonása az, hogy benne gömbös-héjes alakzatok is létrejöhetnek. Ezt ábrázoltuk is a síkbeli megfelelő ábrán. Az ötös forgási szimmetriájú alakzatok tehát ikozaéderes atomfürtökként a térben, ötös csomókat alkotva a síkmozaikban, de beépülhetnek a kvázikristályos rendbe. Ez lesz majd az a pont, ahol a gömbi héjas ősi koordinátarendszerekről szerzett ismereteinket összekapcsoljuk a gömbszerű alakzatokat is létrehozni tudó térbeli építés ismeretkörével.

IV. ŰRÁLLOMÁSÉPÍTÉS: A GÖMBI- ÉS A KRISTÁLYTAN-GEOMETRIA "EGYESÍTÉSE"

Az összeépítés geometriai adottságai

A geometria alapelemeit már az ősidők óta elhasználják a területek felosztására és házak építésére. Az építés során megismert mérések és szerkesztési módszerek váltak a klasszikus geometriai szerkesztések alapjává. Napjainkban egy új eszközrendszer jelent meg, amely a klasszikus geometria lehetőségeit is kibővíti. Ez az eszköz a nagy grafikai gépességekkel rendelkező számítógép. A tervezés virtuális építéssé fejleszthető, ha az elemeket egymás mellé mozdítjuk el.

Az űrállomás váza egy térbeli szerkezet architektúrája. A szabad térben az építést nem korlátozza a garvitáció, nincsenek gazdaságossági kényszerből főirányok (függőleges és vízszintes) mint a földi felszíni építészetben. A térkitöltő építés kristálytani törvényei közül azonban választhatjuk azokat is, amelyeket a héjas részszerkezeteket is tartalamzó ún. kvázikristályok körében ismertünk meg. Ha pedig a térbeli koordinátázást figyelembe vesszük, célszerűnek is találjuk a gömbszerű alakzat szerinti térkitöltő építést.

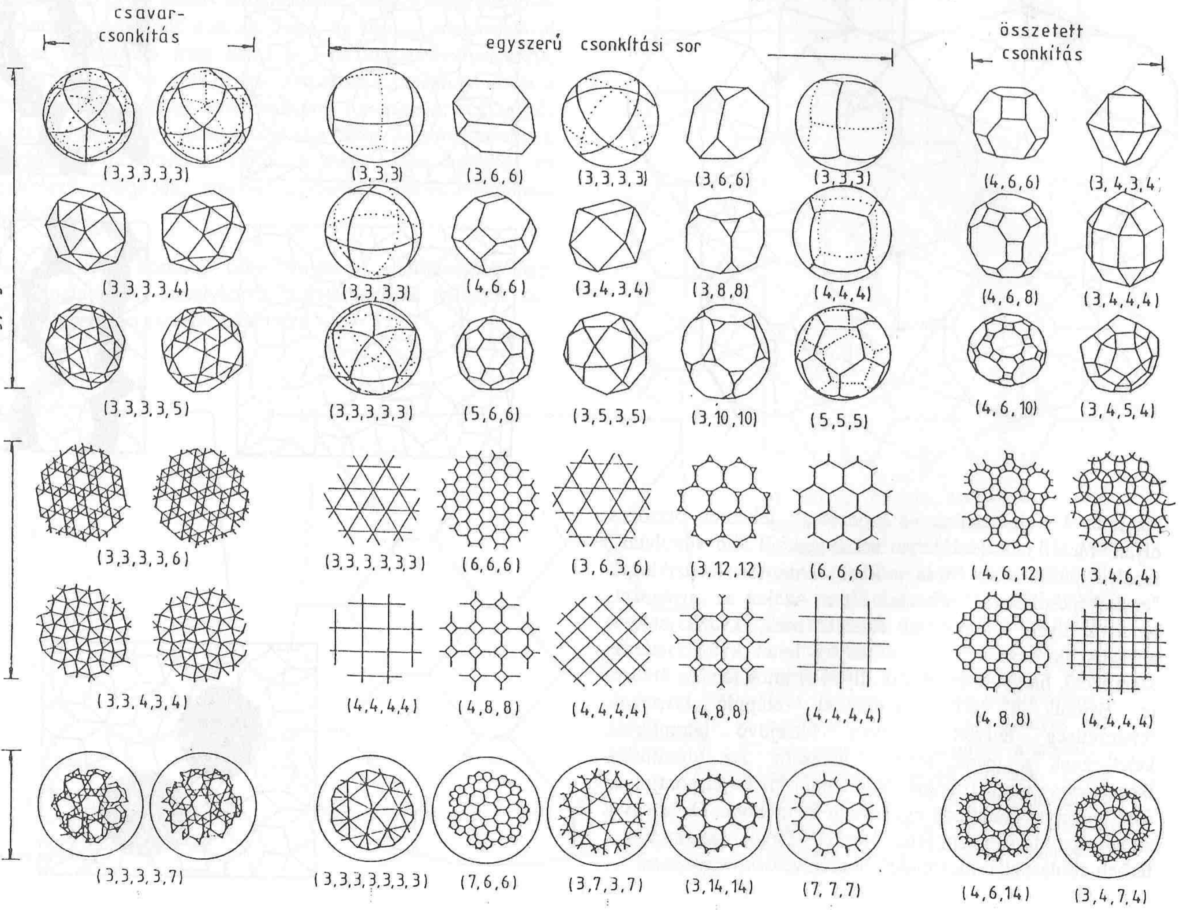
Gömbre vetíthető alakzatokat ismerünk az ókor óta. Ezek a legszabályosabb testek, a szabályos és féligszabályos (platoni és archimedészi) testek. Mielőtt az arany romboédert építő modulként használva űrállomásokat szerkesztenénk, röviden tekintsük át ezt a néhány ókori testet. Ezek között találunk majd olyanokat, amelyek rendelkeznek a gömbi koordinátarendszerek követésére alkalmas térbeli irányszerkezettel, amiket tehát nemcsak űrállomásnak, hanem kicsi - de gömbszerű - égitestnek is tekinthetünk. Ekkor a gömbi csillagászatban megtanultakat alkalmazhatjuk az újszerű űrállomások orientációjának átlátására is.

A platoni és archimedészi testek

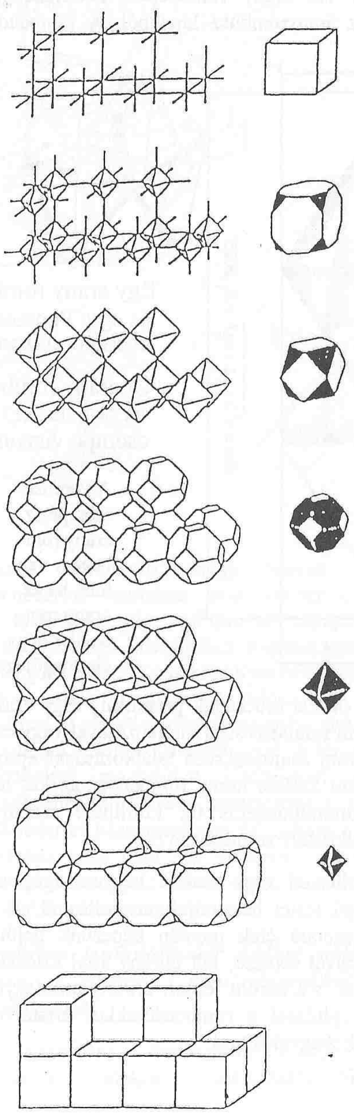
Amikor röviden bemutatjuk a szabályos (platoni) és a féligszabályos (archimedészi) testeket először kiemeljük: ezek a lehető legegyszerűbbek és legszabályosabbak a síklapokkal határolt testek között. Egybevágó szabályos sokszöglapokból épülnek föl: a platoni testek csak egyféléből, az archimedésziek két- vagy háromféléből. E testeknek nemcsak a lapjaik egybevágók, hanem a csúcsalakzataik is: a csúcsalakzatok az archimedészi testeknél is mind egyfélék (egybevágók), de míg a platoni testeknél a csúcsalakzatok szabályosak, az archimedészi testeknél nem szabályosak. Ez abban nyilvánul meg, hogy ha a csúcshoz a testközéppontból húzott vezérsugarat e sugárra merőlegesen és a testbe hatolóan egy síkkal elmetsszük, akkor az e csonkítással kapott lapocska nem szabályos sokszög az archimedészi testeknél, míg szabályos a platoniaknál. Ha ezt a csonkítási műveletet a szabályos testekre alaklmazzuk, akkor előállíthatjuk belőlük a féligszabályosakat, az alábbi táblázat szerint. A testeket alakjukkal, a szabályosakat a gömbre vetített formában is megadtuk és egy könnyen leírható szimbólummal is. Ez a Steiner szimbólum azokat a sokszögeket nevezi meg sorra, amelyek a test egy csúcsában találkoznak. Az ikozaéder Steiner szimbóluma: (3,3,3,3,3), a futball labdáé: (5,6,6). (Részletesebben erről a Középiskolai Matematikai Lapokban írtunk, 1979, 10. szám.)

Térkitöltő mozaikok

A körülöttünk lévő 3 dimenziós teret ugyanúgy ki tudjuk tölteni egybevágó elemekkel, mint síklapokkal a síkot. A síkon az egybevágó lapokkal készített hézagmentes lefedést mozaiknak neveztük, s nevezhetjük térbeli mozaiknak a hasonlóan hézagmentes térkitöltést is.

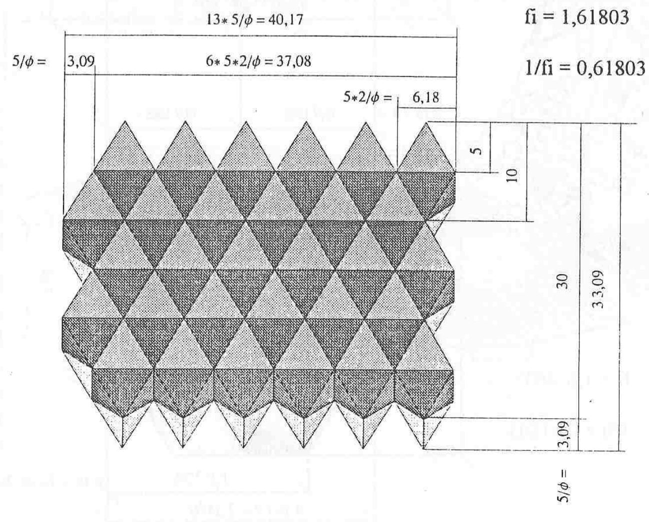


Legismeretebb szabályos térkitöltő mozaikot egybevágó kockákkal készíthetünk. Fölhasználva a platoni és archimedészi testek periódusos rendszerénél megismert csonkítási műveletet, a kockával készített szabályos térkitöltésből újabb térkitöltéseket készíthetünk. A csonkított kockához ilyenkor egy másik szabályos vagy féligszabályos modul elem is társul a tér hézagmentes kitöltéséhez. Egy egész térkitöltési csonkítási sorozatot is elkészíthetünk ilyen módon.



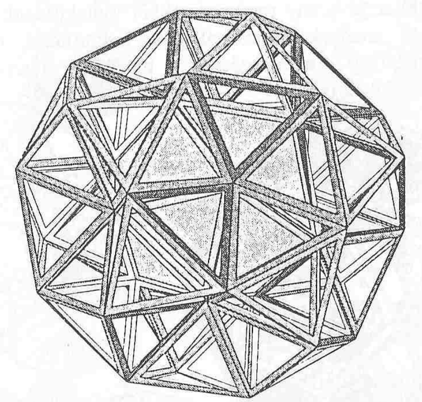
A "hegyes" szögű arany romboéder, (a továbbiakban ezt a testet említjük röviden arany romboéderként, s a társát lapos arany romboéderként) előállítható a kockából arányos megnyújtással. Ezért az összes kockával készített mozaik és térkitöltés is, ugyanezzel a nyújtással, szintén létrehozható. Ezek közül, az arany romboéderrel, mi csak a tér hézagmentes kristálytani kitöltését mutatjuk be ábránkon.

Az arany romboédert a továbbiakban a kvázikristályos térkitöltések sokféle új változatában szerepeltetjük. Ezeket a kvázikristályos térbeli struktúrákat Kabai Sándor készítette a Mathematica nevű számítógépes grafika program fölhasználásával. Az arany romboéderrel készített gömbhéjas szerkezetű térkitöltési terveinket egy űrállomás építése céljával fogalmazzuk meg. Ez az űrállomás ugyanis egy kicsi égitest. Célszerű ezért az égitesteknek és az égboltnak a kapcsolatára vonatkozó koordinátarendszer-ismereteket hasznosítani akkor is, amikor űrállomáson élünk és e körül mozgunk. Az égi koordinátarendszerekről gyűjtött és megfogalmazott összképünk mélyen szemléleti is, belénk ivódik, s jól használhatjuk majd, kint az űrben.



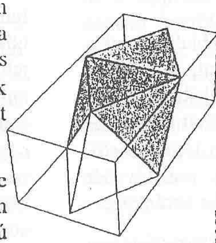
Ikozaéderes szimmetriájú űrállomások

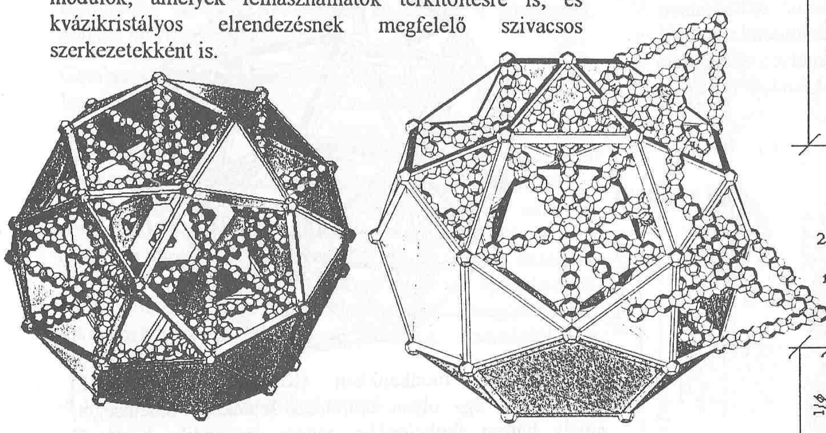
A platoni és archimedészi testek periódusos táblázatában szereplő testek közül az ikozaéder az, amelyik legjobban közelít a gömbalakhoz. Az elmúlt 20 évben a szerkezeti tudományok fejlődéséből könnyen látható volt, hogy növekedik az ikozaéderes és dodekaéderes szerkezetek jelentősége. A körülöttünk lévő szerkezetek (Buckminster Fuller munkáinak eredményeként) az elmúlt 30 évben sok épületnél alkalmazták az ikozaéderes szimmetriájú héjszerkezeteket. Ezen kívül az emberi nagyságrend alatti szerkezetek (műszerek, tudományos alapelemek: futball, kvázikristály, vírus, fullerén molekula) is azt mutatják, hogy a mindennapi életben sokszor találkozunk ikozaéderes formával. Amikor az űrben építünk, akkor az építés oldaláról nincsenek olyan korlátok, amelyek miatt csak bizonyos geometriai formák alkalmazhatók, mint a Földön, ahol a derékszögű geometria szükségszerű és gyakran elengedhetetlen. Így a krisztallográfiában nyert tapasztalatokat összevethetjük az űrszerkezetek kialakításának követelményeivel.



Egy korábbi munkánkban (Kabai, Bérczi, 2001) felvázoltunk egy olyan űrállomás kialakítás lehetőségét, amely három funkcionális zónára tagozódik. Középről kifelé ezek a zónák a következők: "mag", "előkert" és antenna régió. A központi mag a ház, ahol egy zárt rendszeren belül biztosítva vannak az élet feltételei (lakószobák, laboratóriumok, tároló rendszer, életfenntartó rendszerek, energiaforrás, a kommunikációs rendszer berendezései). Ezt kell összekötni a következő zónával, az előkerttel, (ahol azokat a műveleteket lehet elvégezni, amelyek szükségesek a szabad űrrel való összeköttetéshez, pl. szállítás, dokkolás, stb.). Itt vannak az ajtók és a dokkoló egységek, ezért ez egy vázszerkezet átjárható terekkel. A két régió, a mag és az előkert határozza meg az űrállomás alakját. Az antenna zónában vannak olyan területek, amelyek korlátozzák a tevékenységeket, de ez a leglazább szerkezetű külső héj segít az orientációban és mindig mutatja a fő irányokat is. Így ennek a külső zónának is meg van a téralkotó szerepe a három zónára tagolt űrállomásban.

Geometriai szempontból bármely ikozaéderes illetve ötszögű egységről megállapíthatjuk, hogy a síkot nem tudják hézag nélkül kitölteni. Az ötszöges szimmetriájú csempézési egységek között szükségképpen üres helyek maradnak. Ezért a szivacsos, sejtszerkezetű illetve átjárható terek legkönnyebben úgy szerkeszthetők, ha a moduláris egységek ötágú szimmetriával rendelkeznek. Ezért, amint az egyik ábra is mutatja, a dodekaéderek lapokkal illesztve egyenes mentén helyezkednek el, mintegy oszlopot alkotnak az előkert régión belül. Ugyanakkor az arany romboéderekből kialakíthatók ilyen modulok, amelyek felhasználhatók térkitöltésre is, és kvázikristályos elrendezésnek megfelelő szivacsos szerkezetekként is.





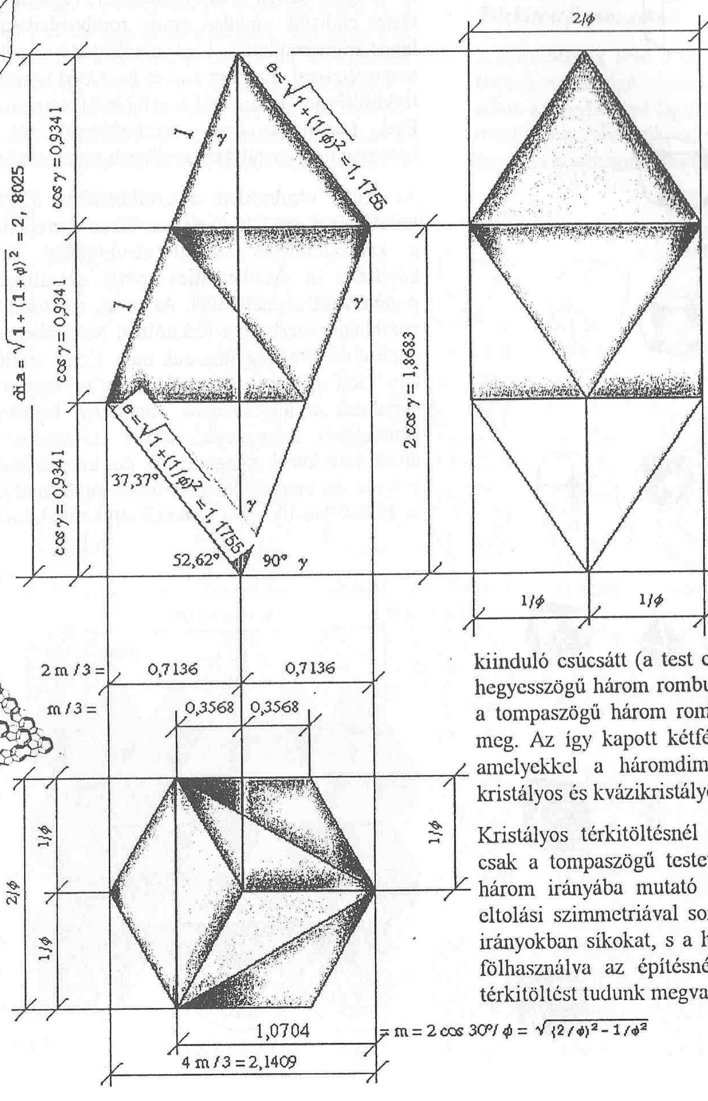
Képzeljük el, hogy csak vázszerűen van összeállítva, s a hegyes szögű arany romboéder egységeket egy egy szabályos háromszög keretébe összecsúsztathatjuk. 20 darab hegyesszögű arany romboédert tudunk hézagmentesen illeszteni így, s ekkor megkapunk egy olyan alakzatot, amit leggyakrabban kvázikristályos anyagok testformájaként figyelhetünk meg a természetben. Ez a rombikus triakontaéder csillag (RTCS). Ezt az alakot fogjuk kiválasztani az űrállomásépítésinkben. Mielőtt építeznénk, ismerjünk meg néhány részletet az arany romboéder szerkezetéről.

fi = 1,61803

1/fi = 0,61803

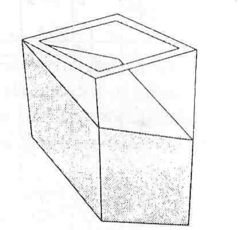
Az arany romboéder alapvető geometriája

Az arany romboéder lapjai arany rombuszok. Az arany rombusz lapjainak hosszabbik átlója úgy aránylik a rövidebbhez, mint 1 az aranymetszés arányszámához, a 0,618... számhoz. Az arany romboédert kétféleképpen építhetjük meg az aranyrombusz lapokból. A romboéder



kiinduló csúcsátt (a test csúcsának piramisát) vagy csak a hegyesszögű három rombuszcsúcs találkozásával vagy csak a tompaszögű három rombuszcsúcs találkozásával építjük meg. Az így kapott kétféle arany romboéder az két test, amelyekkel a háromdimenziós tér kitölthető szabályos kristályos és kvázikristályos formában is.

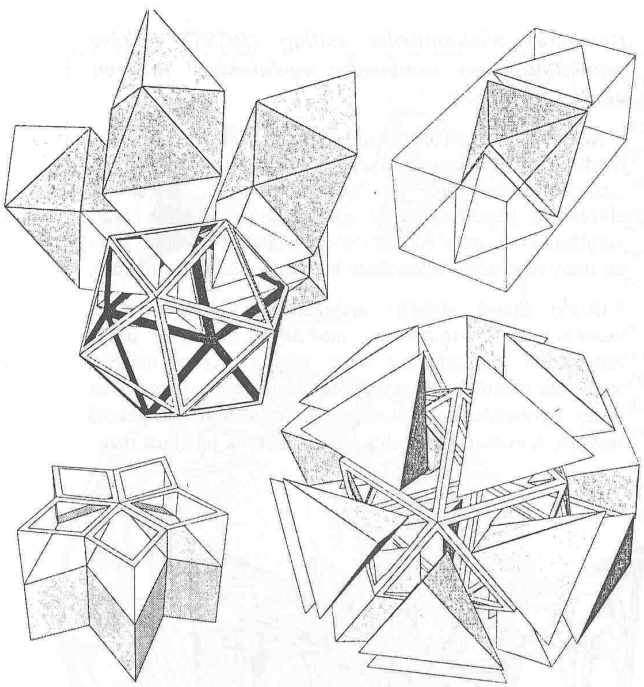
Kristályos térkitöltésnél vagy csak a hegyesszögű, vagy csak a tompaszögű testet használjuk az építésnél. A tér három irányába mutató élek mentén képezünk belőlük, eltolási szimmetriával sorokat, két élirány által kifeszített irányokban síkokat, s a három térbeli élirány mindegyikét fölhasználva az építésnél a romboéderekkel kristálytani térkitöltést tudunk megvalósítani.



Egy arany romboéder és egy Penrose csempe viszonya.

Öt arany romboéder és öt penrose csempe viszonya.

A Penrose csempe az arany romboéder vetülete, ha az arany romboéder négy éle függőleges.



Amikor bemutattuk, hogy hogyan építhető arany romboéderrel rombikus triakontaéder csillag, akkor a kvázikristályos építés egy kiinduló csíráját mutattuk be. A tér hézagmentes kitöltéséhez mindkét arany romboéderre szükségünk van. Kvázikristályos esetben helyi - síkon ötágú, térben ikozaéderes, ötfogású - forgatásokat is tartalmaz az elrendeződés, de az egész alakzatrendszer nem rendelkezik eltolási szimmetriával. A tér arany rombuszok illesztésével megkezdett kitöltésénél az épített test rendelkezhet ikozaéderes szimmetriával, s a kétféle arany romboéderrel hézagmentesen folytatható a térkitöltés, de a kiindulási csira után már nem fog forgási szimmetriával rendelkezni az egész test az elemeire nézve, csak az egész külső alak a lapjaira nézve.

Rombikus triakontaéder csillag alakú szerkezetek építése arany romboéderekből hajtogatás segítségével

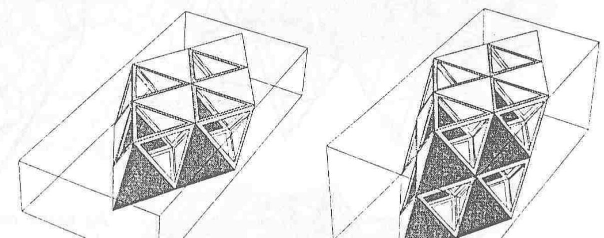
Az ikozaéderes űrállomásra korábban mutatott fő geometriai alakok előállíthatók a hajtogatási technológiával. A hajtogatás alapegységei a különféle tartó szerkezetek, amelyek rúd és arany rombusz elemekből állnak. Az építkezést bemutatjuk a hajtogatási és illesztési módszer sorozataként. Itt csak a szerkezeti csatlakozások elveit tárgyaljuk, a szerkezet merev rögzítések megoldásához további mérnöki tervezésre és számításokra van szükség. Az alapvető kialakítás bemutatható a Mathematica program segítségével, ha meghatározzuk a fő kiinduló feltételeket és a hajtogatás fő szakaszainak műveleteit.

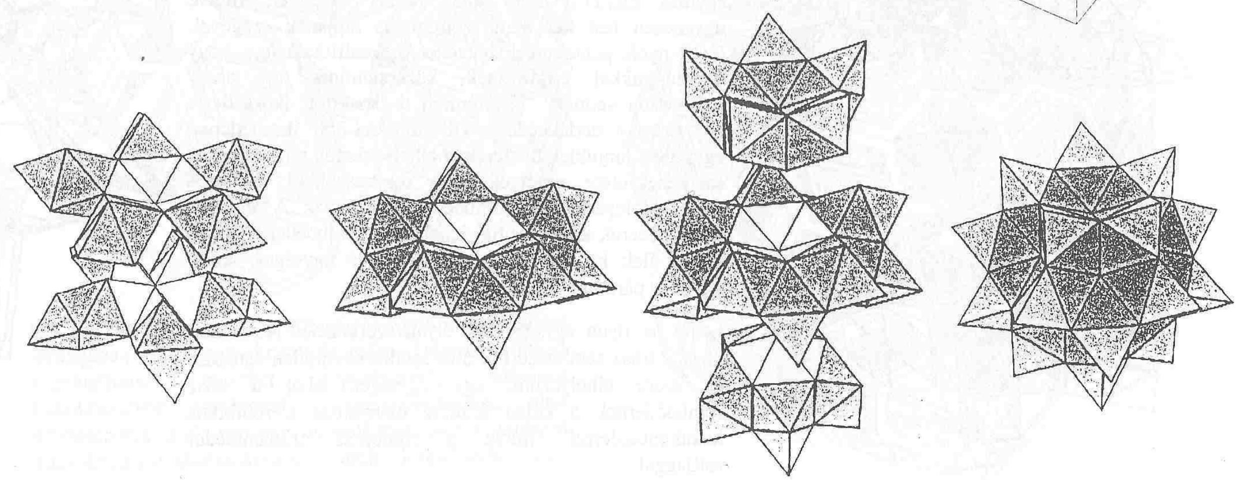
A hajtogatással kialakított (lásd az utolsó fejezetet) RCST szerkezet a műveletek egy másik hierarchiájával is megvalósítható. A hierarchia kialakításában szerepet játszanak az elemek, részegységek és egységek, amelyek összességében a végső nagy űrállomás szerkezetet eredményezik. A fő elemek a helyszínre szállíthatók, a részegységek és egységek illesztése és rögzítése térbeli mozgások, vagyis dokkolás segítségével hajtható végre. Az arany romboéder alapegységből kiindulva kétféle részegységet kapunk. E hierarchia szerint az RCST kétféle részegység négy "rétegéből" épül föl. A rétegek két típusa a következő: "korona" és "egyenlítői öv". A végső összeállítás előtt egy "egyenlítői egységet" kell összeállítani két "egyenlítői öv" dokkolásával. A végső dokkolási sorban a legfelső réteg egy "korona", ez után következik az egyenlítői egység (amely két egyenlítői öv részegységből áll), és végül ismét egy "korona" egységet kell beilleszteni a szerkezet befejezéséhez.

Az építkezési műveletsor bizonyos részleteit láthatjuk a következő ábrán. Két "egyenlítői öv" részegység látható a dokkolás előtt (A) és után (B), amelyek az "egyenlítői egységet" alkotják. Az összeállítás (C) a 3 egységet mutatja egy réteges helyzetben a végső dokkolás előtt. A felső "koronát" követi az "egyenlítői egység", majd egy újabb "korona" zárja le a rétegek sorát. A dokkolás után létrejövő RCST szerkezetet is mutatja a (D) ábra.

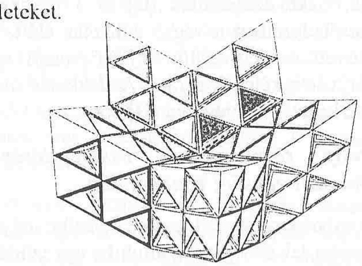
Egybevágó arany romboéderek összeépítésével megnövelt építőmodul egység: renormálás

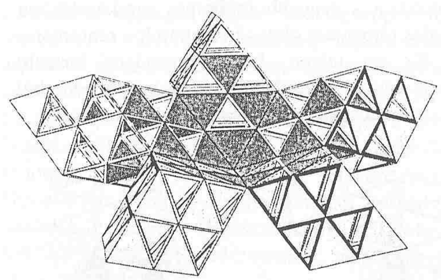
Eddig az arany romboédernek csillagszerű kvázikristályos alakzatban való építési lehetőségét mutattuk be egy példán. Ebben a fejezetben - nagyobb űrállomás szerkezetekben való felhasználás tárgyalása előtt - bemutatjuk a renormálás műveletét. Ez azt jelenti, hogy önmagához hasonló nagyobb méretű egységek építhetők az arany romboéderből transzlációs szimmetriával. Ekkor az arany romboédert a

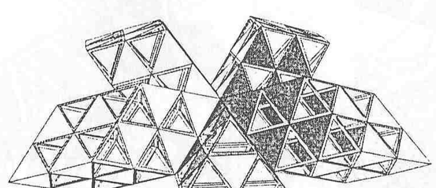


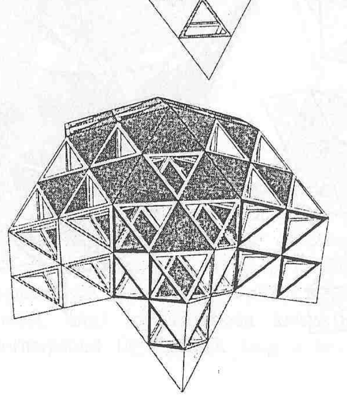


klasszikus krisztallográfiai elv szerint használtuk föl. Először tehát megépítünk egy nagyobb méretű romboéder egységet, majd megismételjük a fent leírt RCST-építkezési műveleteket.



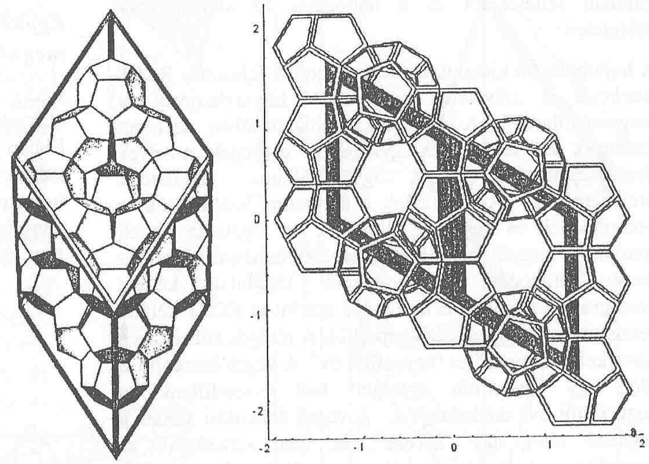






Űrállomás modellek szabályos dodekaédér egységekből

Ennél a pontnál felhasználhatjuk az arany romboéder következő tulajdonságát. Egy arany romboéder térbeli elrendezése helyettesíthető dodekaéderes egységekből összeállított szerkezettel.



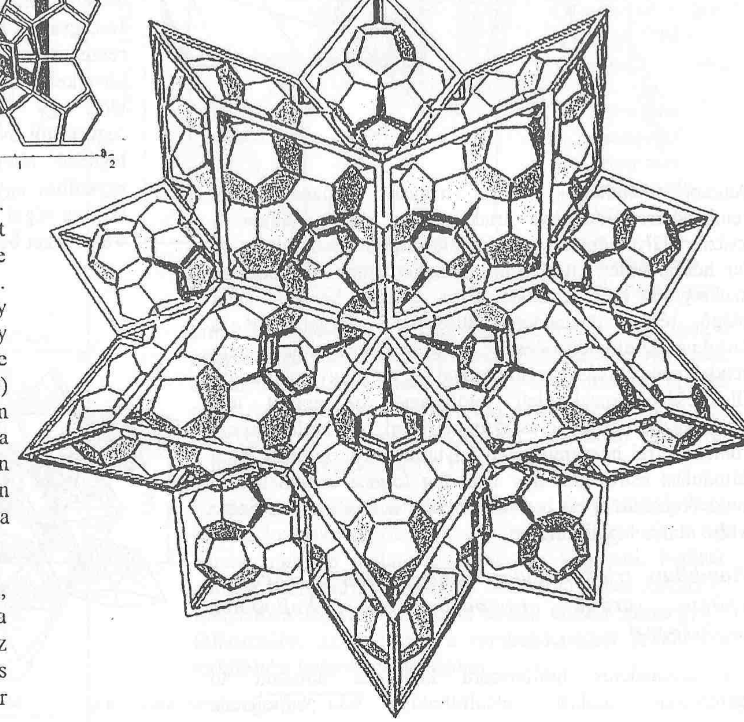
Az arany romboéderek szögei 2 arctg [1/fi] és 2 arctg [fi]. Ezek a szögek egybevágók a pentagon dodekaéder két egymás melletti lapja által bezárt szögggel, illetve ugyanezen test két nem szomszédos lapjának szögével. Ezért nyolc pentagon dodekaéder összeállítható úgy, hogy ha lapjaikkal érintkeznek, középpontjaik egy arany rombuszon vannak. (Ez fönnáll a csonkított ikozaéderre is.) Ezért a dodekaéderes (ill. a csonkított ikozaéderes) egységek, lapjukkal összerakva elhelyezhetők minden olyan szerkezet élére, amelyek arany rombuszokból, illetve a belőlük fölépülő arany romboéderekből állnak. A pentagon dodekaéderek középpontjai lehetnek a romboéder csúcsain és az élek közepén. (Az éleken lévő egységek száma bármely páratlan szám lehet.)

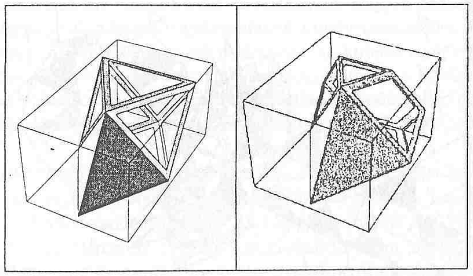
Lehet az ilyen egységekből olyan szerkezetet létrehozni, hogy a húsz romboéderből álló szerkezet minden csúcsára és élére elhelyezünk egy egységet, ahol a húsz romboédernek a külső felülete ekvivalens a rombikus hexakontaéderrel illetve a rombikus triakontaéder csillaggal.

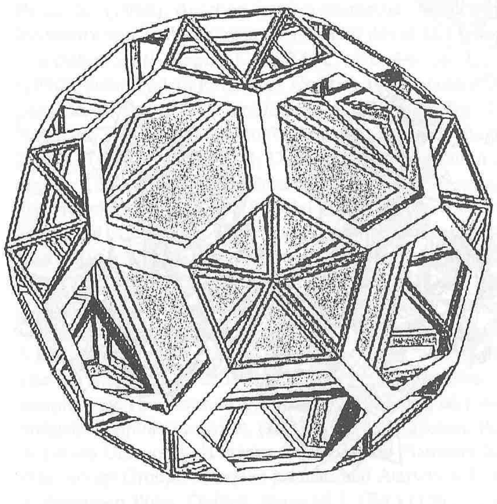
Rombikus triakontaéder csillag (RCST) építése csonkított arany romboéder modulokból: fullerén alakú szerkezetek

A rombikus triakontaéder csillag (RCST) felületét az arany romboéderek határozzák meg. Ha csonkított romboéder elemeket használunk az RCST építésére, akkor az előzőelhez képest módosul az űrállomás felülete. Már korábban is az arany romboéder árnyalásával jeleztük, hogy az arany romboéder felosztható három fő poliéderes régióra.

Fullerén típusú globális architektúra alakítható ki a csonkított arany romboéder modulból. Ekkor az arany romboédert gyakorlatilag félbe vágjuk. Az a tengely, amelynek mentén a tengelyre merőlegesen megfelezzük az arany romboédert, a két legtávolabbi csúcsot összekötő testátló. A metszési felületen hatszögű lapok jelennek meg.





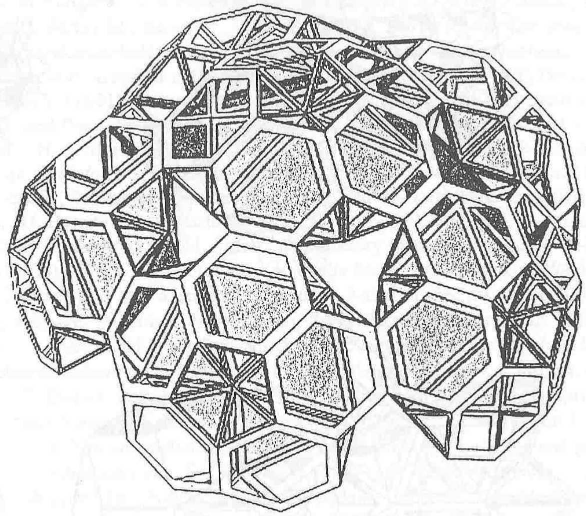


Ennél a pontnál a kialakítás összeköti a fullerén krisztallográfia mikor és makro világait. Építészeti szempontból a fullerén egységek haszna az ötágú szimmetria, amely a kvázikristályos szerkezetekben jelentkezik. A molekulák világában a karbon atomok a kötési irányokkal határozzák meg a molekuláris szerkezeti egységeket.

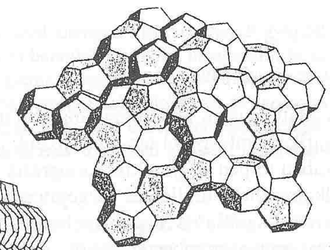
Most visszatérhetünk ahhoz a lehetőséghez, hogy az arany romboéder kitölthető illetve megszerkeszthető szabályos dodekaéderekből. Dodekaéderek illetve csonkított ikozaéderek csoportjai képezhetők, ha az egyes elemeket az aranyá romboéderből álló szerkezetek valamelyikére helyezzük, mint pl. arany romboéder, a második típusú rombikus dodekaéder, rombikus ikozaéder, rombikus triakontaéder, rombikus hexakontaéder, ... (vagyis zonoéderek). Az ilyen zonoéderek minden zónája tartalmaz egy gyűrűt, amely szabályos dodekaéderekből illetve csonkított ikozaéderekből áll. Ha ezeket a gyűrűket egymásra helyezzük, akkor csőszerű szerkezetek alakíthatók ki.

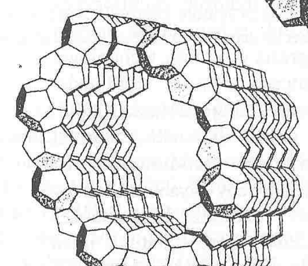
Űrállomások építése az arany romboédereknek azon tulajdonsága alapján, hogy kétféle kristálytani rendszer szerint is lehet építkezni belőlük

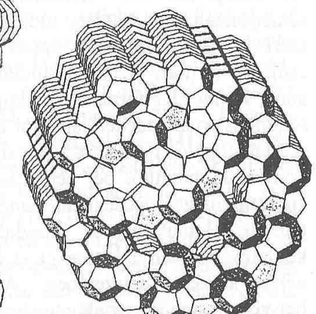
A rendszer sokféle leágazását vizsgáltuk eddig az arany romboéder konstrukciós lehetőségeinek kihasználásával. Felmerül a kérdés, hogy mitől van az arany romboédernek ilyen sokoldalú variálhatósága az űrállomás és a térszerkezetek konstruálásánál. A válasz első pillantásra egyszerű lehet, ugyanis az arany romboéder kétféle szerepet tölthet be a tér kitöltésénél: az arany romboéder a hagyományos szimmetrikus és a kvázikristályos

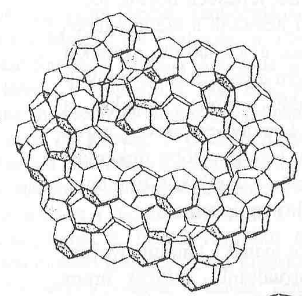


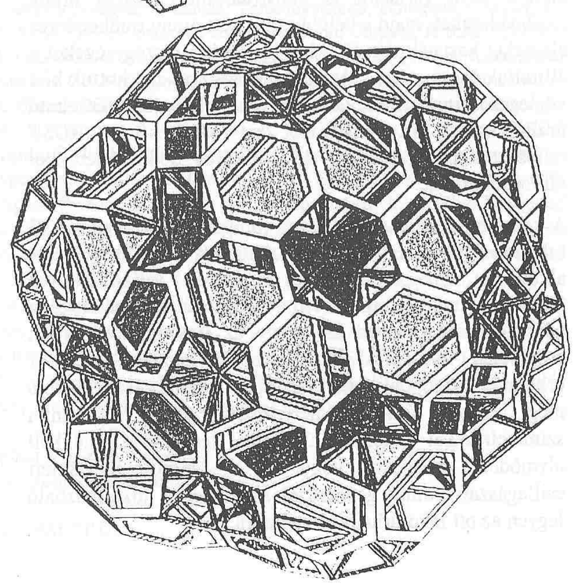
térkitöltésre is képes. Az űrállomás az egyik megvalósítási formájában tartalmaz krisztallográfiai (vagyis eltolási szimmetriájú) részeket (egységeket), valamint kvázikristályos egységeket a csomópontokban, ahol lehetőség van az elágazásokra és csatlakozásokra különböző irányokban a dokkolásokhoz és az architektúra bővítéséhez.









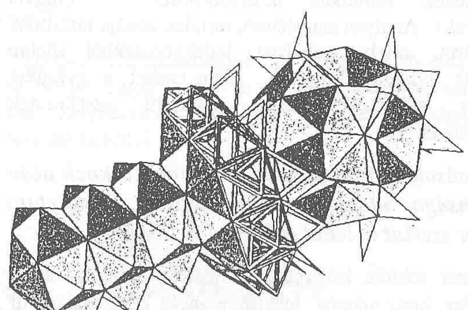


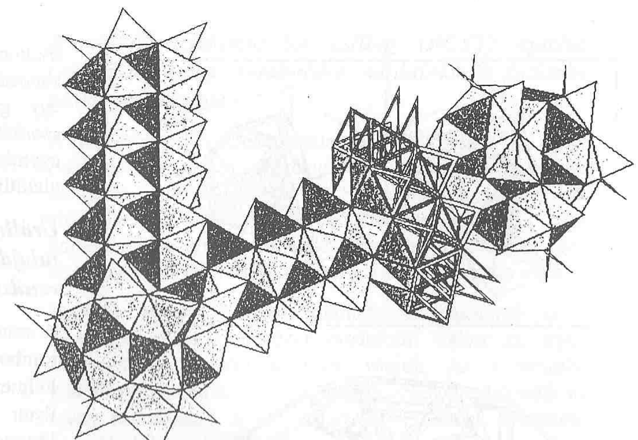
Összefoglalás

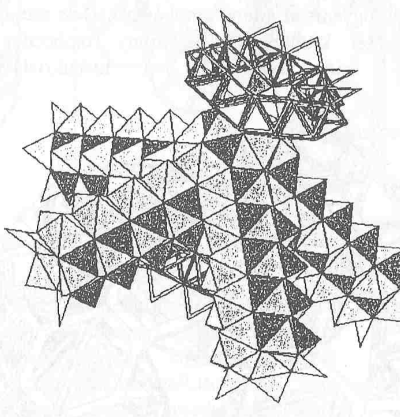
A Mathematica nevű programmal létrehozott számítógépes grafika segítségével tanulmányoztuk és bemutattuk, hogy a szabad térben milyen krisztallográfia és építési technológia alkalmazható űrállomás megépítésére. Ez az "űrállomás-krisztallográfia" az arany romboéder tulajdonságain alapul. Az arany romboédert föl lehet használni normál krisztallográfiai és kvázikristályos térkitöltésre is. Kvázikristályos térkitöltés indítható egy olyan űrállomás-szerkezet létrehozásával, amely rombikus triakontaéder csillagot formáz. (Kihajtogatással is létrehozhatunk ilyen arany romboéder formát teleszkópos tartó elemekből.) A rombikus triakontaéder csillagot két lépésben hoztuk létre. A Mathematica nevű programmal nemcsak a számítógépes grafikákat mutattuk be, nem csak a kialakított formákat építettük össze, lépésenként, hanem a dokkolást is érzékeltettük. Bemutattuk az illeszkedő rombikus lapokat, a komplex csúcselrendezéseket is konkáv és konvex párok néhány dokkoló helyzetében. A legjellemzőbb dokkolási helyzet a rombikus triakontaéder és a rombikus triakontaéder csillag modulok esetében volt megfigyelhető.

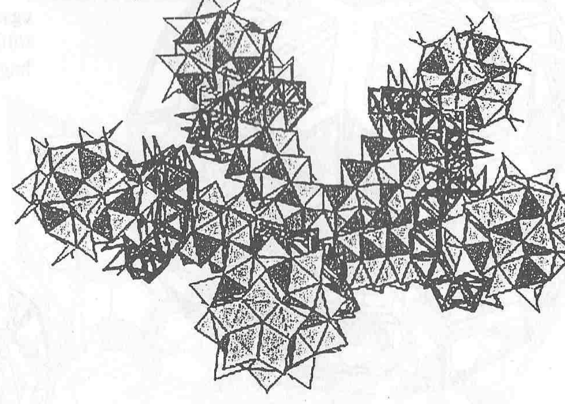
Az űrállomás térbeli architektúrájának tanulmányozása mellett több variációt is konstruáltunk. Először arany romboédereket, majd a belőle csonkított arany romboéderes elemeket használtunk. Ezekből is előbb a részegységeket a állítottuk össze, majd dokkolás segítségével alakítottuk ki a végleges formát. Bemutattuk olyan poliéderes szerkezetű űrállomásokat is, amelyeket az RT és az RCST rendszerekhez igazodóan, de szabályos dodekaéderekből állítottunk össze.

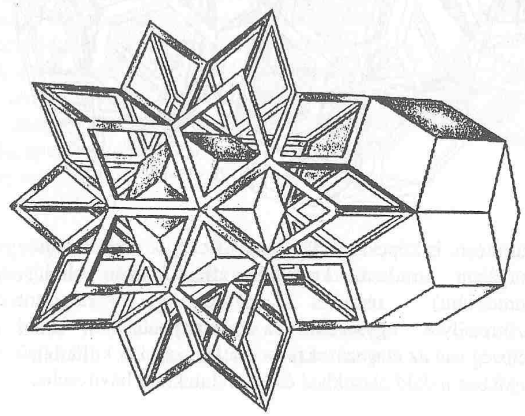
A komplex űrállomást az arany romboédernek azon két fő tulajdonságának felhasználásával tudtuk megépíteni, hogy alkalmas normál krisztallográfiai és kvázikristályos formában is kitölteni a teret. Ezekben a fejezetekben példákon mutattuk be azt, hogy az űrállomások térbeli poliéderes formáinak kialakítása a geometria és az űrkutatás szempontjainak együttes alkalmazását kívánja meg. Valós űrállomás-helyzetben pedig a gömbi szimmetriákkal kialakított űrállomás térbeli tájolását kell olymódón elvégezni, hogy az éggömbről megismert csillagászati gömbi geometriai szemlélet is alkalmazható legyen az ott lakó űrhajósok számára.

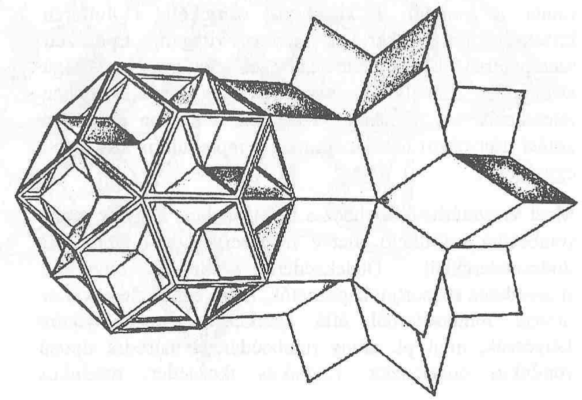








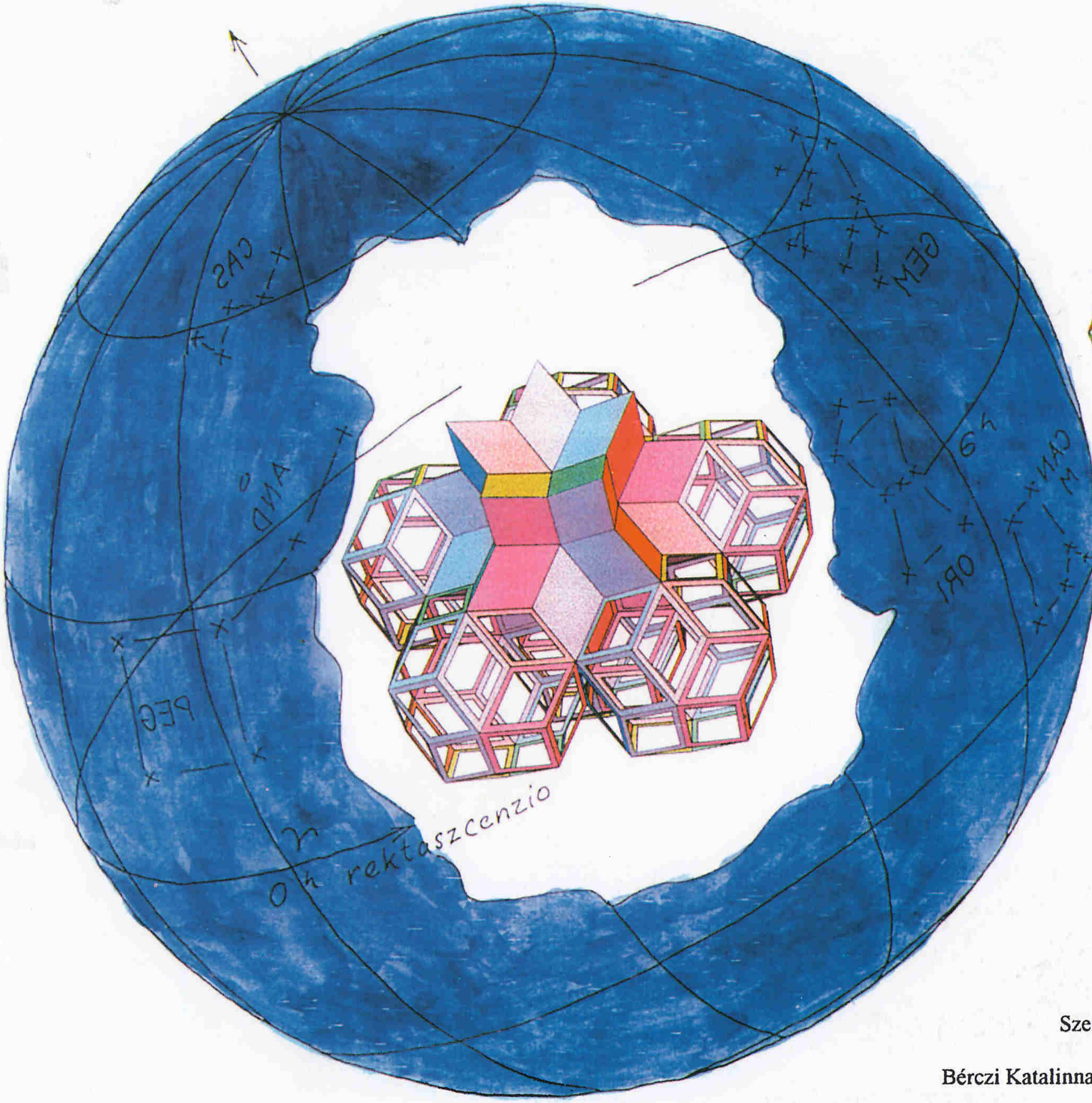


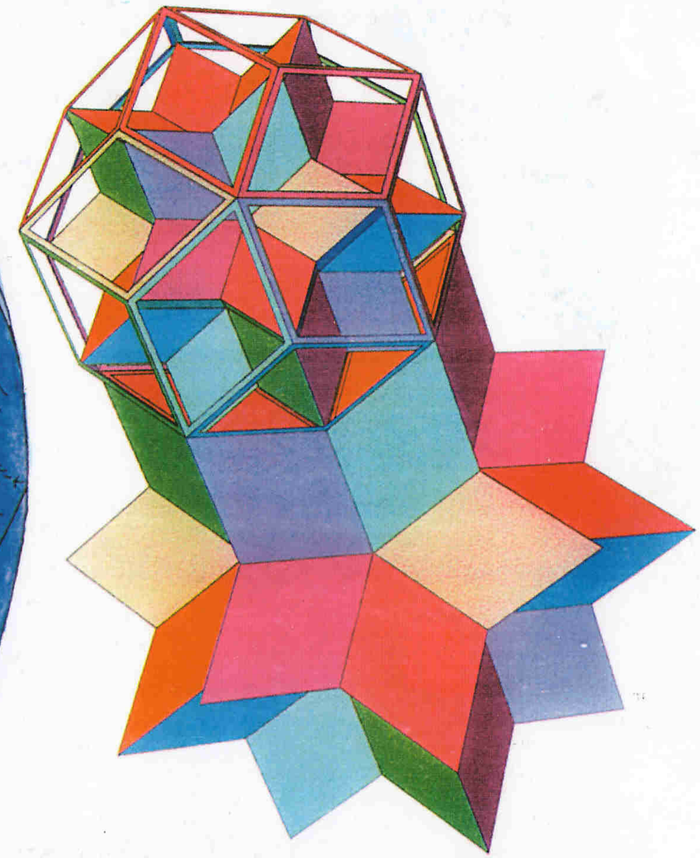


Zárszó Az Űrkutatás és geometria című kis atlaszban látszólag két távoli világot kapcsoltunk össze. Hosszú utat jártunk be a két merev testről, a Földtestről és a szilárd anyagok merev testjeiről gyűjtött ismeretek két világa között. Szemléletünk alapjait azonban ezek a jelenségek képezik. A merev testek létezése mély emberi tapasztalat. Ugyancsak a tapasztalás alakítja ki bennünk az égbolt mozgásáról és az éggömb alatt történő tájékozódásról a mély szemléleti alapokat. Az égbolt mozgása, a Nap járása, az időszámítás és a naptár ismeretrendszerének alapjait segített megfogalmazni és formába önteni. E munkák során alakították ki az ókori társadalmak kutatói az égi koordinátarendszereket. A merev testek összekapcsolása az egybevágó téglákból történő építésen, s később a térbeli szerkezetek építészetén át kapcsolta össze a geometriai ismereteket azokkal, amiket a kristálytanban gyűjtöttekkel egészíthettünk ki. A derékszögű és a poláris koordináták használata absztrakt módon kapcsolja össze e két szemléleti világot. Jelenségeken keresztül most, az űrállomás (valójában egy kicsi égitest) építésekor szembesülünk azzal, hogy a hétköznapok szemléletében is összekapcsoljuk e két, más és más szemléleti gyökerű ismerettartományt: az égi gömbi polárkoordinátás gondolkodást az építésbeli kristálytanival.

IRODALOM: Abonyi Iné., Almár I., Apáthy I., Bérczi Sz., Echter T., Érdi B., Ferencz Cs., Gesztesi A., Gombosi T., Herczeg I., Horváth A., Ill M., Kőháti A., Major Gy., Mihály Sz., Nagy I. Gy., Sárhidai Gy., Szentesi Gy., Tänczer T. (1981, 1984) *Űrhajózási Lexikon (Space Lexicon).* Eds. Almár I., Horváth A., p. 1002. Akadémia és Zrinyi Kiadók, Budapest, Bérczi Sz. (1978): *Planetológia.* Egyetemi jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest (**J3-1154**), Bérczi Sz. (1979): A szabályos és féligszabályos (platoni és archimedészi) testek és mozaikok periódusos rendszere. *Középiskolai Matematikai Lapok.* **59.**5.sz. 193-199.old. Bérczi Sz. (1980): The Periodic System of Platonic and Archimedean Solids and Tessellations. *Acta Geologica Acad. Sci. Hung.* **23.** No. 1-4. 184-200. Bérczi Sz. (1980): Cyclicity in the Evolution of Matter and its Application to the Evolution of the Solar System. *Acta Geologica Acad. Sci. Hung.* Tom. **23.** Fasc. 1-4. 163-171.old. Bérczi Sz. (1985): *Anyagtechnológia I.* Egyetemi jegyzet. Tankönyvkiadó, Budapest (**J3-1333**), Bérczi Sz. (1987): Szimmetriajegyek a honfoglaláskori palmettás és az avarkori griffes-indás díszítőművészetben. *Cumania.* **10.** (Bács-Kiskun Megyei Múzeumi Évkönyv), 9-60. old., Bérczi Sz. (1988): Avarkori intuitív geometria. *Természet Világa,* 1988/9. 407-411. old. , Bérczi Sz. (1988): Szimmetria, díszítőművészet, technológia. *Természet Világa,* 1988/5. 228.o., Bérczi Sz. (1989): Symmetry and Technology in Ornamental Art of Old Hungarians and Avar-Onogurians from the Archaeological Finds of the Carpathian Basin, Seventh to Tenth Century A.D. (in: Symmetry 2.Ed .I. Hargittai, *Computers Math. Applic. CAMWA*) **17.** No. 4-6. pp. 715-730. Pergamon Press, Oxford, Bérczi Sz. (1990): *Szimmetria és Struktúraépítés.* Egyetemi jegyzet. Tankönyvkiadó, Budapest (**J3-1441**), Bérczi Sz. (1990): Solar System Evolution: Crystals and Planetary Bodies. (in: *Evolution: From Cosmogenesis to Biogenesis.* B. Lukács, Sz. Bérczi, I. Molnár, Gy. Paál, Eds.) p. 37-43. MTA-KFKI-1990-50/C. Budapest, Bérczi Sz. (1991): *Kristályoktól Bolygótestekig.* 210. old. Akadémiai Kiadó, Budapest, Bérczi Sz. (1991): Platonic-Archimedean Spherical Cellular Automata in the Solution of the Indirect Von-Neumann Problem on Sphere for Transformations of Regular Tessellations. (In: *Symmetry and Topology in Evolution,* B. Lukács, Sz. Bérczi, I. Molnár, Gy. Paál, Eds.) p.111-116. MTA-KFKI-1991-32/C. Budapest, Bérczi Sz. (1993): Double Layered Equation of Motion: Platonic and Archimedean Cellular Automata in the Solution of the Indirect Von Neumann Problem on Sphere for Transformations of regular Tessellations. *Acta Mineralogica et Petrographica, Szeged.* **XXXIX.** p.96-117. Sz. Bérczi, T. Diósy, Sz. Tóth, S. Hegyi, Gy. Imrek, Zs. Kovács, V. Cech, E. Müller-Bodó, F. Roskó, L. Szentpétery, Gy. Hudoba (2002): Space Simulator in Space Science Education in Hungary (1): A Hunveyor Type Planetary Voyage and Planetary Surface Operations Simulator. In Lunar and Planetary Science XXXIII, Abstract #1496, Lunar and Planetary Institute, Houston (CD-ROM), Bérczi Sz., Bérczi K., Bérczi Zs. (1998, 2001): *Románkori templomkapuk.* Piremon, Vámospércs, Bérczi Sz. (2000): Technológiai korszakváltás a XXI. Században. Kutatási és oktatási munkák újszerű összekapcsolódásai. (In: *Múltra alapozott jövő a magyar technikai kultúrában.* (Technikatanárok V. Országos Tudományos Tanácskozása) 125-132 old. Szombathely, Bérczi Sz., Kabai S. (2000): *Az eurázsiai művészettől a számítógépes grafikáig.* UNICONSTANT, Bérczi, Sz., Kabai, S., Pataki, T. (2000): Role of Katachi in Developments of Abstract Design. *FORMA,* **15/2.** 181-186. Tokyo, Bérczi Sz., Kabai S. (2001): Natural structures and forms: bridges between ancient and modern graphics - from Eurasian folk art to computer graphics. In: *Symmetry 2000.* (Chapter 40.) (T. Laurent, I. Hargittai, Eds.) Portland Press, London, Boltyánszkij, V.G., Jefremovics, V.A. (1965): *Szemléletes topológia.* 4. kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest, Coxeter, H. S. M. (1961): Introduction to Geometry. Wiley, New York, Coxeter, H. S. M. (1963): Regular Polytopes. MacMillan, New York, Coxeter, H. S. M. (1985): personal communication, Coxeter, H.S.M. (1985b): The Seventeen Black and White Frieze types. *C.R. Math.Acad. Sci. Canada,* **7.5,** 327-332., Fejes-Tóth L. (1964): *Regular Figures.* MacMillan, Oxford, Akadémiai, Budapest, Gévay G. (1992): Icosahedral morphology. (In: Fivefold Symmetry, I. Hargittai, ed.) World Scientific, Songapore, Grunbaum, B.(1987) *Tilings and Petterns.* W.H.Freeman and Co. New York, Hargitai H. (20001): *Az Io hegyeinek morfológiája.* Diplomadolgozat. (M. Sc.) Eötvös Egyetem, Budapest, . H. Hargitai, A. Kereszturi, A. Sik, T. Varga, L. Szabó Soki, G. Maros, Sz. Bérczi (2002): Planetology Group's Educational Outreach Results in Eötvös University, Hungary. In Lunar and Planetary Science XXXIII, Abstract #1261, Lunar and Planetary Institute, Houston (CD-ROM), H. Hargitai, A. Kereszturi, A. Sik, T. Varga, Sz. Bérczi (2002): Planetology Group's Complex Educational Activity at Eötvös University. *27th NIPR Symposium Antarctic Meteorites,* Tokyo, p. 29-31, Hargittai I. (Ed.) (1989): *Symmetry: Unifying Human Understanding 2.* Pergamon Press, Oxford, Hargittai I. (Ed.) (1995): *Fivefold Symmetry.* World Scientific, Songapore, Kabai, S., Bérczi Sz. (2001): "HyperSpace Stations": How to Design Space Station Structures with Computer Algebra: Principles, Functional Units, Examples. *HyperSpace,* **10.** No. 2. 8-14., Kabai, S., Miyazaki, K., Bérczi Sz. (2002): Space Science Education with Mathematica: Interactive Design of Modular Space Station Structures with Computer Algebra: Principles, Functional Units, Motions, Examples. In *Lunar and Planetary Science XXXIII,* Abstract #1041, Lunar and Planetary Institute, Houston (CD-ROM), Koch S.A.(1980) The Evolution of viruses. (In: Evolution: *Cosmogenesis to Biogenesis.* B.Lukacs, Sz. Bérczi, I. Molnár, Gy. Paál Eds. p.69-76.) MTA-KFKI-1990-50/C. Budapest, Koryo Miura (1996): A Note on the Cocoon Curve. (In: *Katachi U Symmetry,* T. Ogawa, K. Miura, T. Masunari, D. Nagy, eds.) p. 135-142. Springer, Tokyo, László Gy. (1943a) *The Horse Mount of the Statue of St. George Made by the Kolozsvári Brothers.* (In Hungarian), Egyetemi Nyomda, Kolozsvár, László Gy. (1943b) Der Grabfund von Koroncó und der altungarische Sattel. *Archaeologia Hungarica,* **XXVII.** Budapest, Szilassi L., Karsai J., Pataki T., Kabai S., Bérczi Sz. (2001): How interactive graphical modeling helps space science and geometry education in Hungary. In *Lunar and Planetary Science XXXII,* Abstract #1184, Lunar and Planetary Institute, Houston (CD-ROM), Schattschneider, D., Walker, W.(1977) *M.C.Escher Kaleidocycles.* Ballantine Books, New York, Senechal, M.(1986) Escher Designs on Surfaces. (In: M.C.Escher: Art and Science, H.S.M. Coxeter et al, Eds.) p.97-109. North Holland, Amsterdam, Takaki R., Arai M., Utumi M. (1996): How to Promote the Morphological Sciences. (In: *Katachi U Symmetry,* T. Ogawa, K. Miura, T. Masunari, D. Nagy, eds.) p. 143-154. Springer, Tokyo, Weyl, H.(1952): *Symmetry.* Princeton University Press, (*Szimmetria,* Gondolat Kiadó, 1982).

E munka megjelentetését a Magyar Űrkutatási Iroda az ELTE TTK / MTA Geonómia Kozmikus Anyagokat Vizsgáló Űrkutató Csoport
TP-154/2002 számú témapályázata keretében támogatta. E támogatásért a szerzők a MŰI-nek köszönetet mondanak.
Kiadja az UNICONSTANT, Püspökladány, Honvéd u. 3.
Bérczi Szaniszló, Kabai Sándor: Kis Atlasz a Naprendszerről (5): ŰRKUTATÁS ÉS GEOMETRIA
ISBN 963 00 6314 XÖ 963 204 063 5





Szeretettel ajánljuk ezt a munkánkat gyermekeinknek

Bérczi Katalinnak, Bérczi Zsófiának, Kabai Nándornak és ifj. Kabai Sándornak